Quark mass

T. Kawanai, SS, PRL 107 (2011) 091601

T. Kawanai, SS, PRD85 (2012) 091503(R)

T. Kawanai, SS, arXiv:1311.1253

Constituent quark mass(Model)

vs.

Current quark mass(QCD)

QCDラグランジアンの質量項 $m_q \bar{q} q$ で定義

Constituent quark mass(Model)

vs.

Current quark mass(QCD)

QCDラグランジアンの質量項$m_q\bar{q}q$で定義

場の量子論→量子補正→繰り込み

繰り込み点に依存する量：$m_q^{\overline{\mathrm{MS}}}(\mu)$

Quark mass from QCD+QED simulation

[PRD82 (2010) 094508 [47pages]] Blum-Zhou-Doi-Hayakawa-Izubuchi-Uno-Yamada

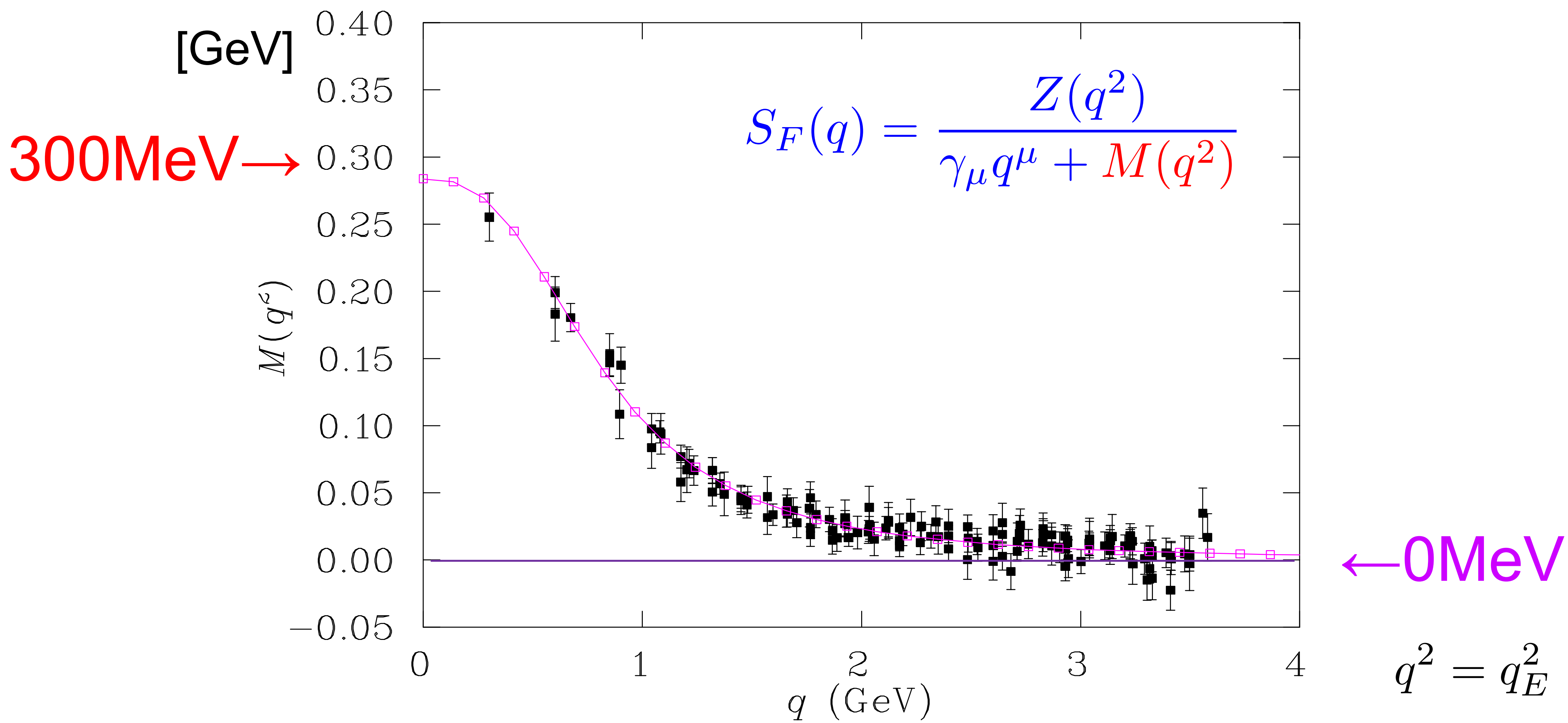
$$
\begin{aligned}
m_u &= 2.24 \pm 0.10 \pm 0.34 \ \text{ MeV} \\
m_d &= 4.65 \pm 0.15 \pm 0.32 \ \text{ MeV} \\
m_s &= 97.6 \pm 2.9 \pm 5.5 \ \text{ MeV} \\
m_d - m_u &= 2.411 \pm 0.065 \pm 0.476 \ \text{ MeV} \\
m_{ud} &= 3.44 \pm 0.12 \pm 0.22 \text{ MeV} \\
m_u/m_d &= 0.4818 \pm 0.0096 \pm 0.0860 \\
m_s/m_{ud} &= 28.31 \pm 0.29 \pm 1.77,
\end{aligned}
$$

- $\boxed{\overline{\text{MS}} \text{ at 2 GeV}}$ using NPR/SMOM scheme.
- Particular to QCD+QED, finite volume error is large: 14% and 2% for m_u and m_d.
- This would be due to photon's non-confining feature (vs gluon).
- Volume, a^2, chiral extrapolation errors are being removed.
- Applications for Hadronic contribution to $(g-2)_\mu$ in progress.

格子QCD計算によるクォーク質量関数

ユークリッド計量でランダウ・ゲージの場合

Leinweber et al.



低エネルギー領域

強結合的

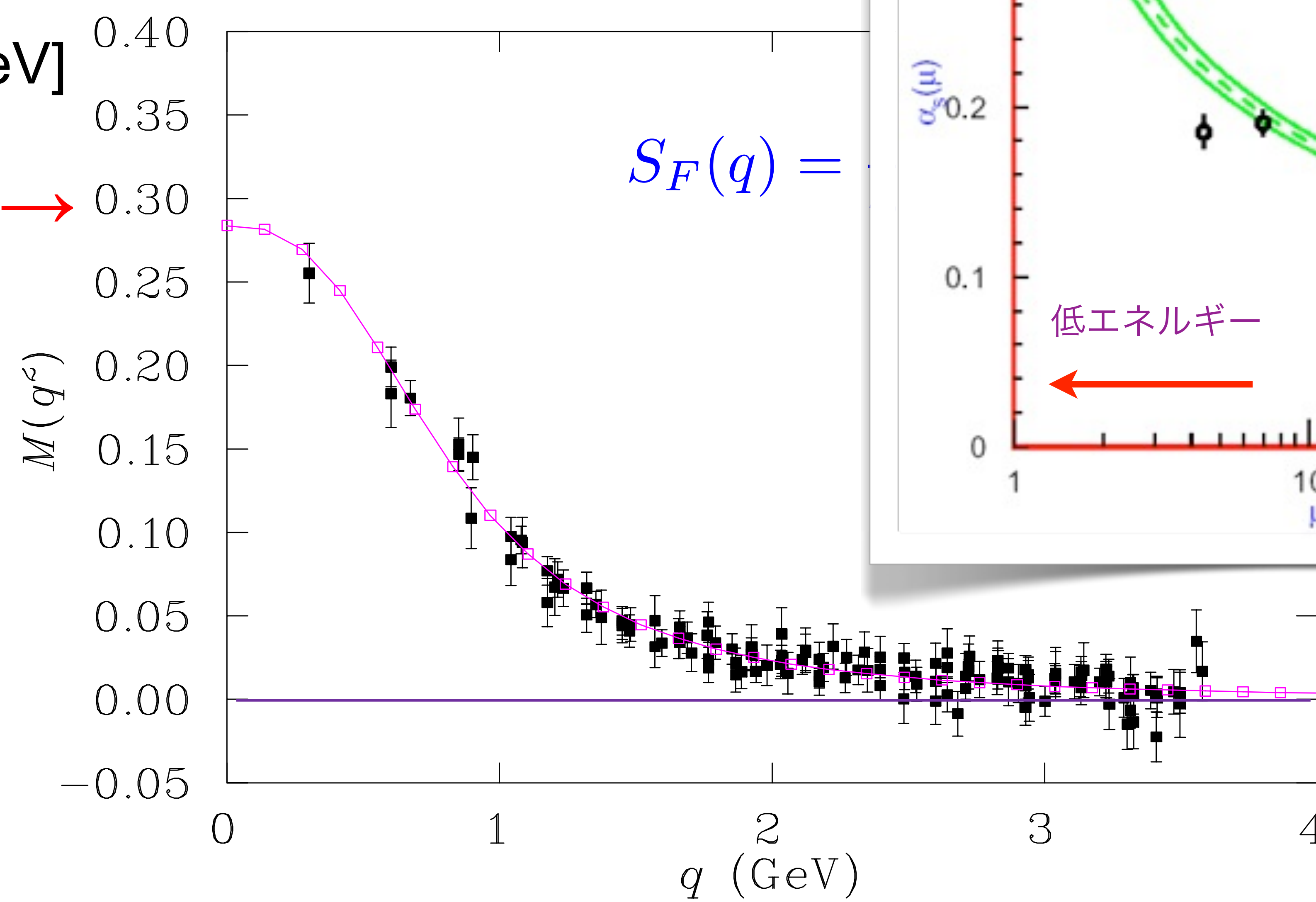
高エネルギー領域

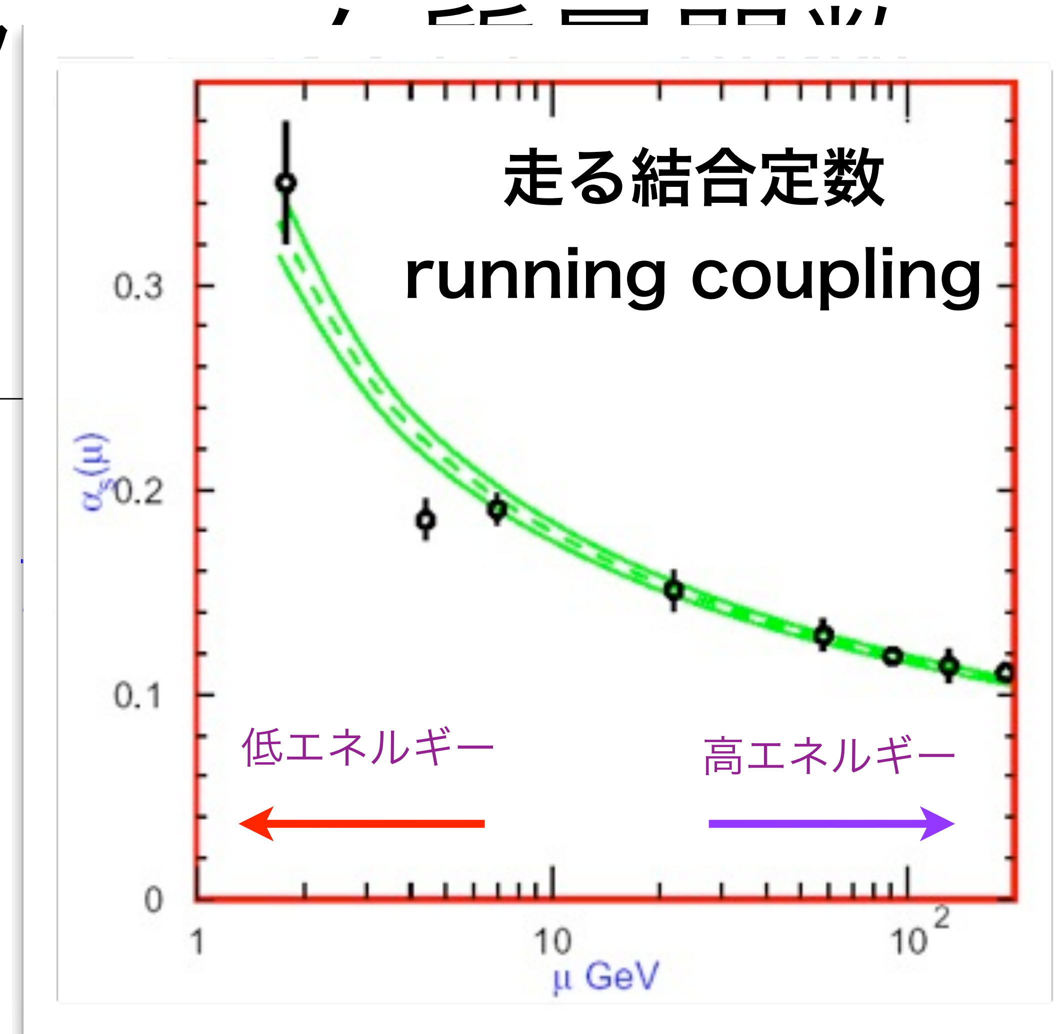
弱結合的

低エネルギー領域では核子質量の約1/3の質量を獲得している

格子QCD計算によるク

ユークリッド計量でランダウ・ゲージの場合





低エネルギー領域
強結合的

高エネルギー領域
弱結合的

低エネルギー領域では核子質量の約1/3の質量を獲得している

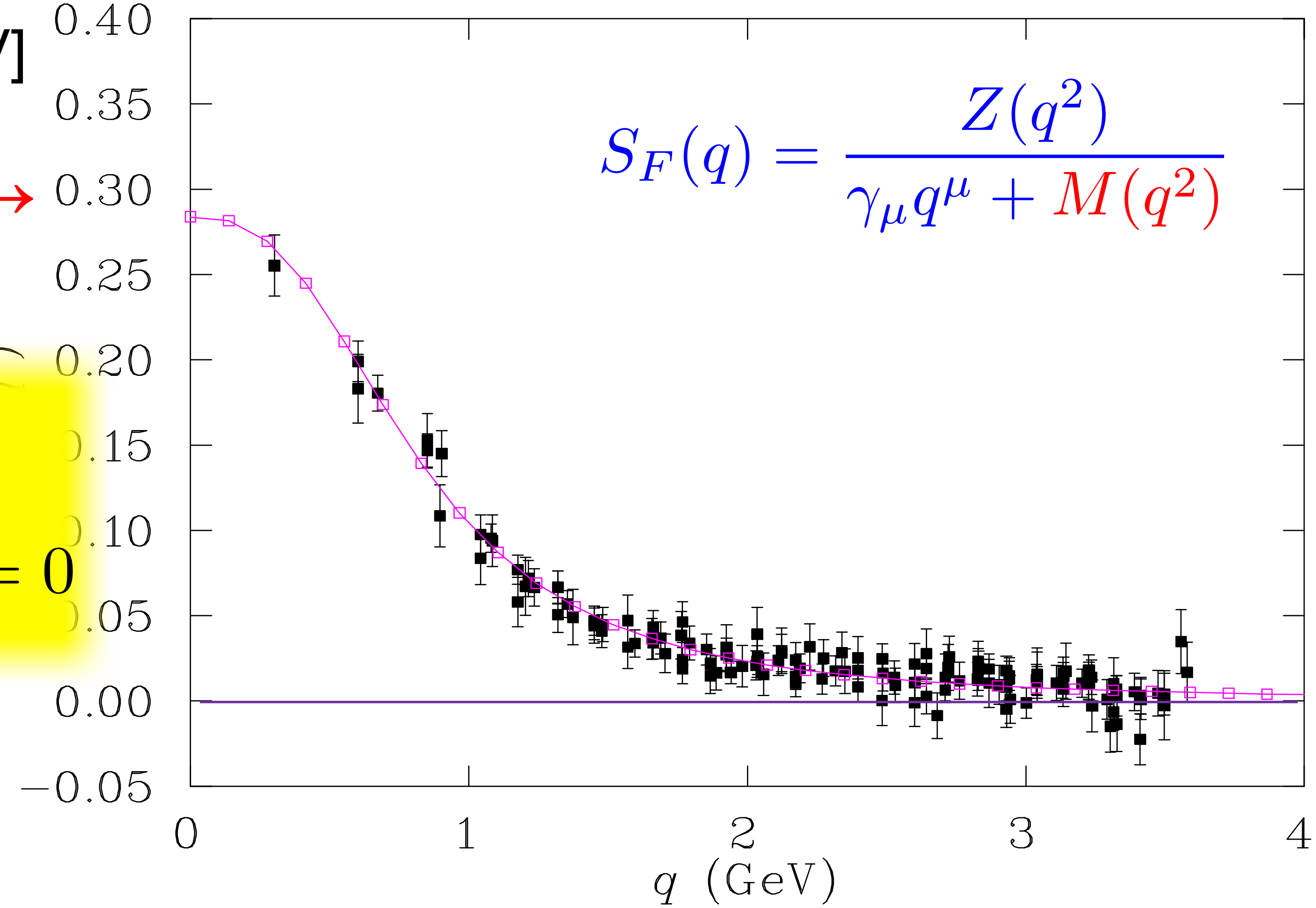
格子QCD計算によるクォーク質量関数

ユークリッド計量でランダウ・ゲージの場合

Leinweber et al.

[GeV]

300MeV⟶



pole質量

$$q^2 + M^2(q) = 0$$

⟵0MeV

$$q^2 = q_E^2$$

低エネルギー領域

強結合的

高エネルギー領域

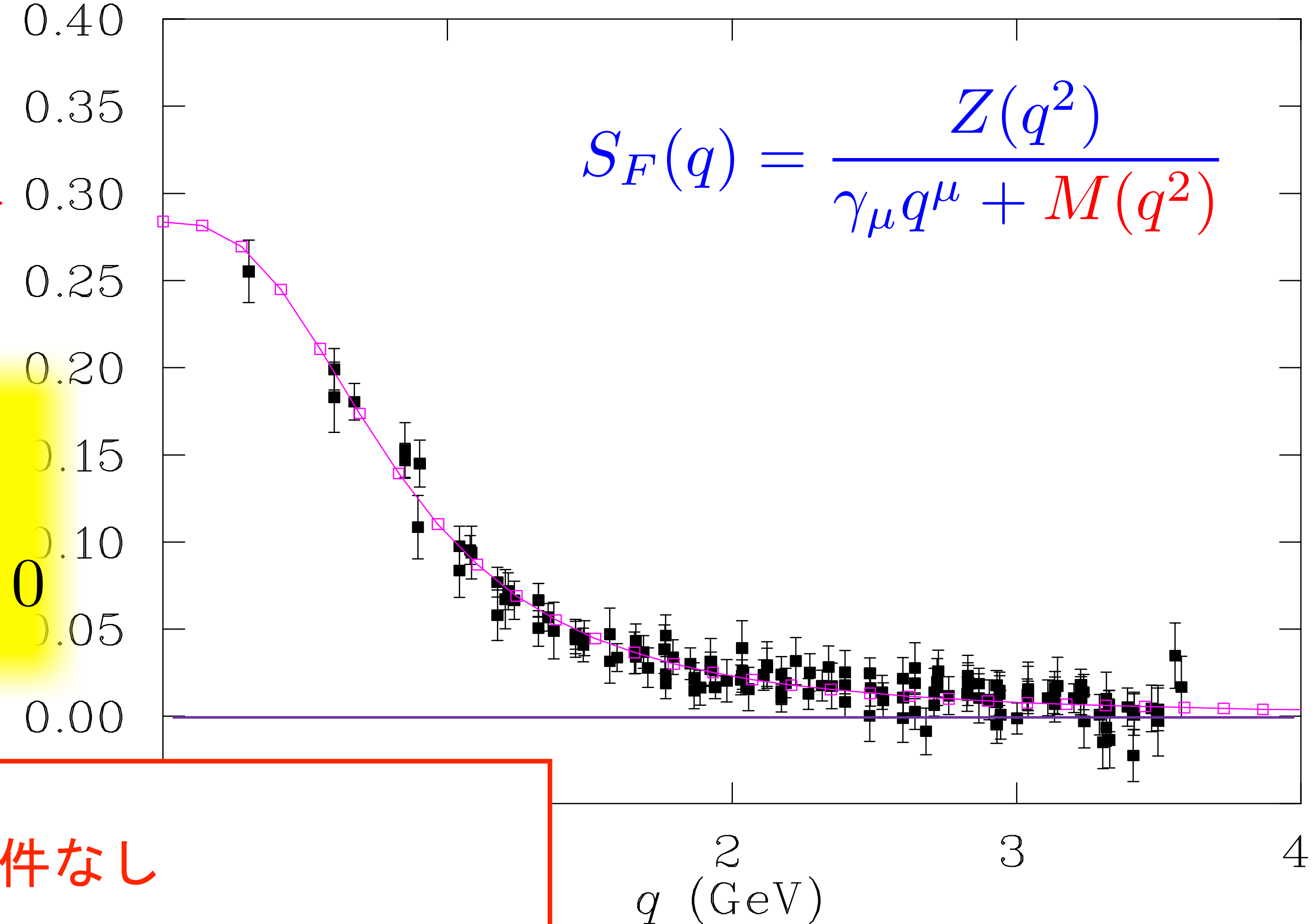
弱結合的

低エネルギー領域では核子質量の約1/3の質量を獲得している

格子QCD計算によるクォーク質量関数

ユークリッド計量でランダウ・ゲージの場合

Leinweber et al.



$$S_F(q) = \frac{Z(q^2)}{\gamma_\mu q^\mu + M(q^2)}$$

300MeV→

←0MeV

$q^2 = q_E^2$

pole質量

$$q^2 + M^2(q) = 0$$

pole質量の条件なし

→クォーク閉じ込め？

→Wick回転(解析接続)の正当性？

域

高エネルギー領域

弱結合的

低エネルギー領域では核子質量の約1/3の質量を獲得している

HALQCD アプローチ

場の理論：二体散乱の同時刻ベーテ・サルペータ振幅　$\phi(x, y)$

粒子反粒子の対生成は無視 ↓

量子力学：二体散乱の相対運動の波動関数　$\psi(r)$

$$\mathcal{H}_{\mathrm{QCD}}\psi(r) = E\psi(r)$$

第一原理計算で、固有値Eと固有状態ψは観測量として測定

→ハミルトニアンを特定する（逆問題）

HALQCD アプローチ

場の理論：二体散乱の同時刻ベーテ・サルペータ振幅　ϕ (x, y)

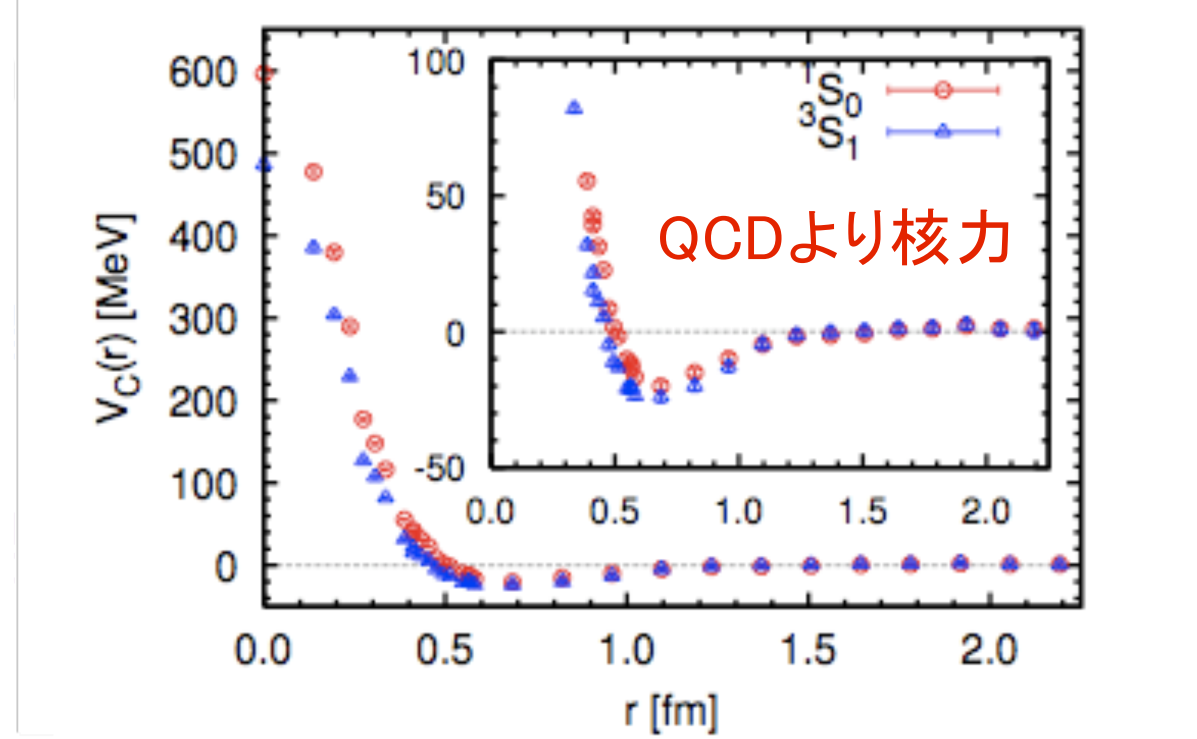
↓ 粒子反粒子の対生成は無視

量子力学：二体散乱の相対運動の波動関数　ψ (r)

$$\mathcal{H}_{\mathrm{QCD}}\psi(r$$

第一原理計算で、固有値Eと固

→ハミルトニアンを



Phys. Rev.Lett.99 (2007) N. Ishii, S. Aoki, T. Hatsuda

HALQCD アプローチ

$$\mathcal{H}_{\rm QCD}\psi(r) = E\psi(r)$$

$$\downarrow$$

非相対論近似

$$-\frac{\nabla^2}{2\mu}\psi(r) + \int dr' U(r', r)\psi(r') = E'\psi(r)$$

非局所的ポテンシャルの元でのシュレーディンガー方程式

$$\downarrow$$

$v = |\nabla/(2\mu)|$ velocity展開

$$U(r', r) = \left\{V(r) + V_{\rm S}(r)\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2 + V_{\rm T}(r)S_{12} + V_{\rm LS}(r)\mathbf{L}\cdot\mathbf{S} + \mathcal{O}(\nabla^2)\right\}\delta(r'-r)$$

中心力　スピンスピン　テンソル　スピン軌道

HALQCD アプローチ

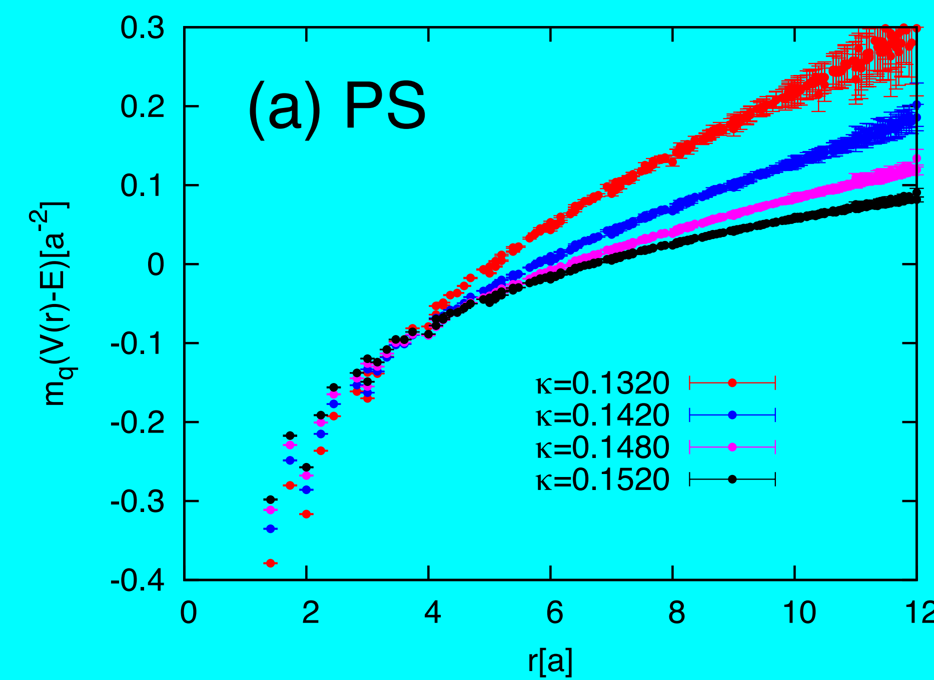
$\mathcal{H}_{\mathrm{QCD}}\psi$

$-\frac{\nabla^2}{2\mu}\psi(r) + \int d$

非局所的ポ

クォーク・反クォーク系にへの適用

$$\frac{\nabla^2\phi_{Q\bar{Q}}(r)}{\phi_{Q\bar{Q}}(r)} = m_Q\left[V(r) - E\right]$$



Ikeda-Iida, arXiv:1011.2866

$$U(r',r) = \left\{V(r) + V_{\mathrm{S}}(r)\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2 + V_{\mathrm{T}}(r)S_{12} + V_{\mathrm{LS}}(r)\mathbf{L}\cdot\mathbf{S} + \mathcal{O}(\nabla^2)\right\}\delta(r'-r)$$

中心力　スピンスピン　テンソル　スピン軌道

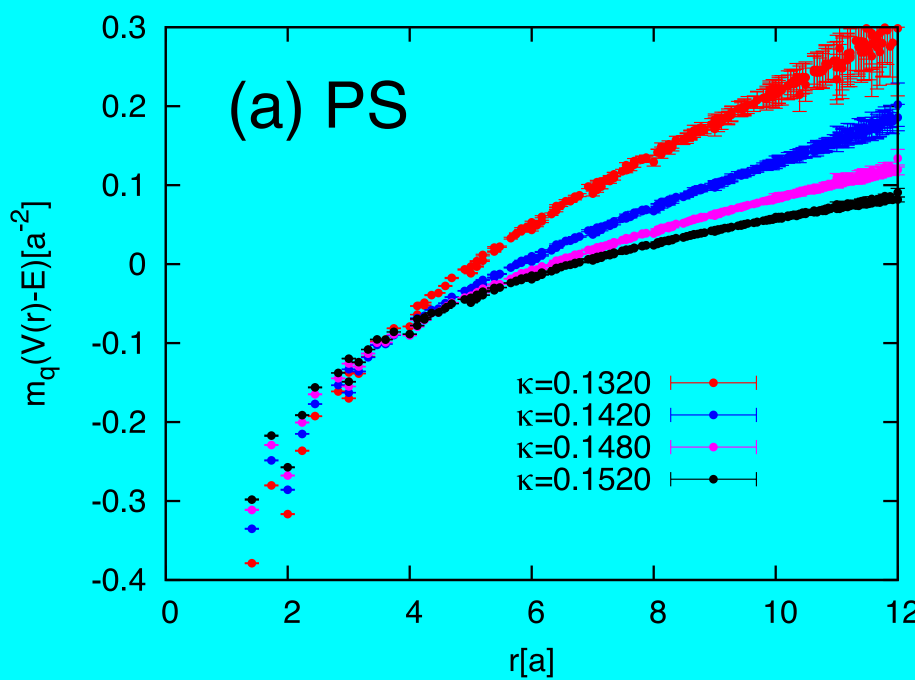
HALQCD アプローチ

$\mathcal{H}_{\mathrm{QCD}}\psi$

$$-\frac{\nabla^2}{2\mu}\psi(r) + \int d$$

クォーク・反クォーク系にへの適用

$$\frac{\nabla^2 \phi_{Q\bar{Q}}(r)}{\phi_{Q\bar{Q}}(r)} = m_Q \left[V(r) - E\right]$$



Ikeda-Iida, arXiv:1011.2866

クォーク・反クォーク系に適用するときの大きな問題

$$E' = E - 2m_Q$$

クォーク質量？ $\mu = m_Q/2$

$$(r)S_{12} + V_{\mathrm{LS}}(r)\mathbf{L}\cdot\mathbf{S} + \mathcal{O}(\nabla^2)\big\}\,\delta(r'-r)$$

中心力　スピンスピン　テンソル　スピン軌道

Novel determination of quark mass

- T. Kawanai and SS, PRL 107 (2011) 091601

$$\left\{-\frac{\nabla^2}{m_Q} + V_{Q\overline{Q}}(r) + \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_{\overline{Q}} V_{\rm spin}(r)\right\} \phi_\Gamma(r) = E_\Gamma \phi_\Gamma(r) \quad \text{for} \quad \Gamma = \mathrm{PS}, \mathrm{V}$$

Q. How can we determine a quark mass in the Schrödinger equation?

A. Look into asymptotic behavior of wave functions at long distances

For short range potential problem $\lim_{r\to\infty} V(r) = 0$

$$\phi \propto e^{ip\cdot x}$$

$$m_Q = \lim_{r\to\infty} -\frac{1}{E}\frac{\nabla^2 \phi_{Q\bar{Q}}(r)}{\phi_{Q\bar{Q}}(r)}$$

$$\frac{\nabla^2 \phi}{\phi} \to -p^2$$

$$\mu = \frac{p^2}{2E}$$ reduced mass

This is valid even for bound states

Novel determination of quark mass

- T. Kawanai and SS, PRL 107 (2011) 091601

$$\left\{-\frac{\nabla^2}{m_Q} + V_{Q\overline{Q}}(r) + \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_{\overline{Q}} V_{\rm spin}(r)\right\} \phi_\Gamma(r) = E_\Gamma \phi_\Gamma(r) \quad \text{for} \quad \Gamma = \mathrm{PS}, \mathrm{V}$$

Q. How can we determine a quark mass in the Schrödinger equation?

A. Look into asymptotic behavior of wave functions at long distances

Unfortunately, the QCD potential is not short -ranged, rather a long-range confinement potential. $\lim_{r\to\infty} V_{Q\bar{Q}}(r) \neq 0$

$$m_Q \neq \lim_{r\to\infty} -\frac{1}{E} \frac{\nabla^2 \phi_{Q\bar{Q}}(r)}{\phi_{Q\bar{Q}}(r)}$$

Novel determination of quark mass

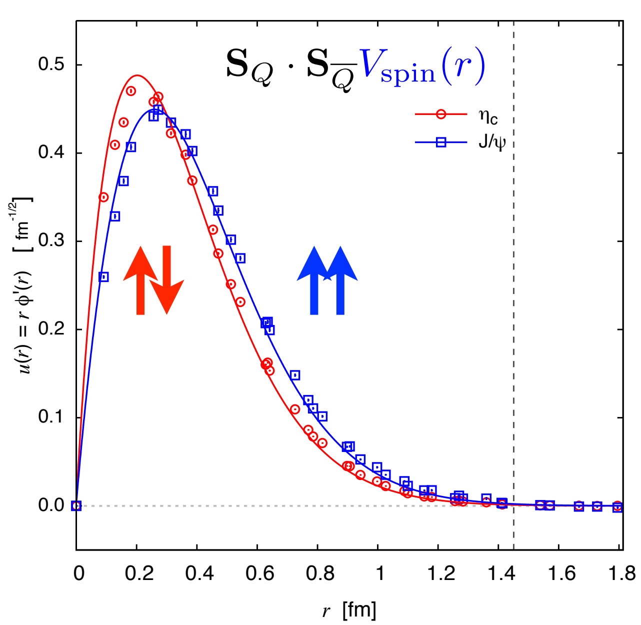
- T. Kawanai and SS, PRL 107 (2011) 091601

$$\left\{-\frac{\nabla^2}{m_Q} + V_{Q\overline{Q}}(r) + \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_{\overline{Q}} V_{\rm spin}(r)\right\}\phi_\Gamma(r) = E_\Gamma \phi_\Gamma(r) \quad \text{for} \quad \Gamma = \mathrm{PS}, \mathrm{V}$$

Q. How can we determine a quark mass in the Schrödinger equation?

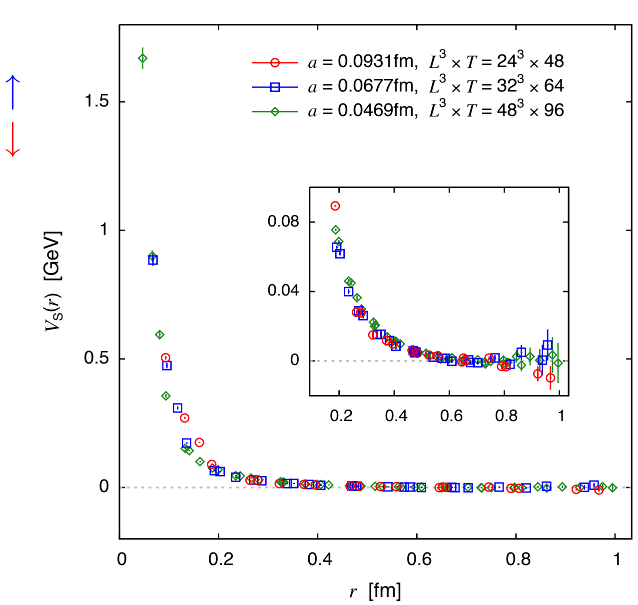
A. Look into asymptotic behavior of wave functions at long distances

S-wave w.f. for different spin states



$$\langle \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_{\overline{Q}} \rangle = \begin{cases} +\frac{1}{4} & \text{for } \uparrow\uparrow \\ -\frac{3}{4} & \text{for } \uparrow\downarrow \end{cases}$$

$$V_{\rm spin}(r) - \Delta E_{\rm hyp} = \frac{1}{m_Q}\left(\frac{\nabla^2 \phi_{\rm V}(r)}{\phi_{\rm V}(r)} - \frac{\nabla^2 \phi_{\rm PS}(r)}{\phi_{\rm PS}(r)}\right)$$



$$\lim_{r\to\infty} V_{\rm spin}(r) = 0$$

A difference does not suffer from the confinement nature.

Novel determination of quark mass

- T. Kawanai and SS, PRL 107 (2011) 091601

$$\left\{-\frac{\nabla^2}{m_Q} + V_{Q\overline{Q}}(r) + \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_{\overline{Q}} V_{\rm spin}(r)\right\} \phi_\Gamma(r) = E_\Gamma \phi_\Gamma(r) \quad \text{for} \quad \Gamma = \mathrm{PS}, \mathrm{V}$$

Q. How can we determine a quark mass in the Schrödinger equation?

A. Look into asymptotic behavior of wave functions at long distances

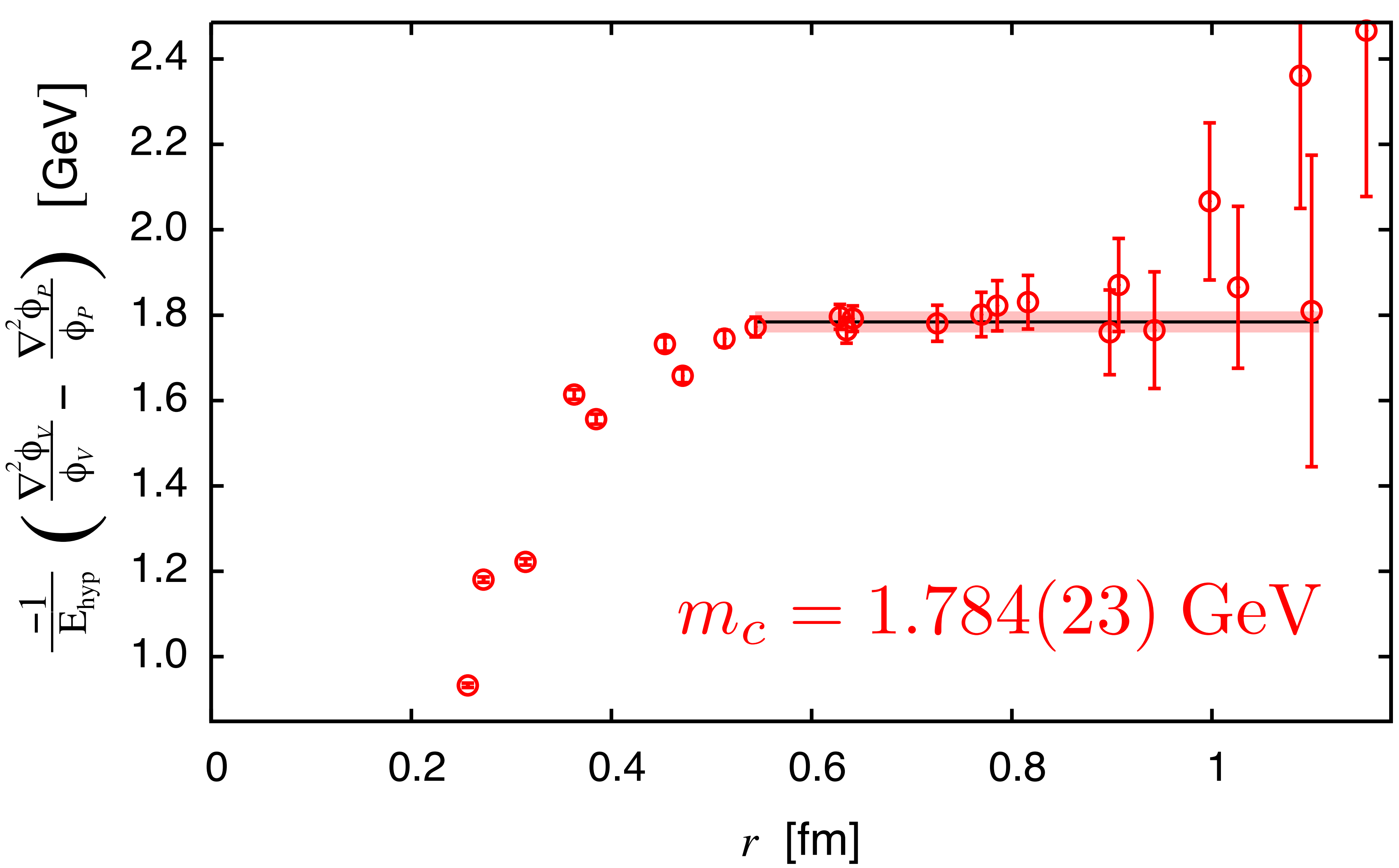
Under a simple, but reasonable assumption of $\lim_{r\to\infty} V_{\rm spin}(r) = 0$

$$\boxed{m_Q = \lim_{r\to\infty} \frac{1}{\Delta E_{\rm hyp}} \left(\frac{\nabla^2 \phi_{\rm PS}(r)}{\phi_{\rm PS}(r)} - \frac{\nabla^2 \phi_{\rm V}(r)}{\phi_{\rm V}(r)} \right)}$$

Quark mass obtained from BS amplitude

$$m_Q = \lim_{r\to\infty} \frac{1}{\Delta E_{\rm hyp}} \left(\frac{\nabla^2 \phi_{\rm PS}(r)}{\phi_{\rm PS}(r)} - \frac{\nabla^2 \phi_{\rm V}(r)}{\phi_{\rm V}(r)} \right)$$

✳ PACS-CS configurations at m_π=156 MeV



Results from charmonium potential given by matching perturbative and lattice QCD

A. Laschka, N. Kaiser, W. Weise, arXiv:1205.3390

lattice QCD inputs

$V_c(r),\ V_S(r)$ for $r \geq 0.14$ fm

with $\underline{m_c = 1.74(3)\ \text{GeV}}$

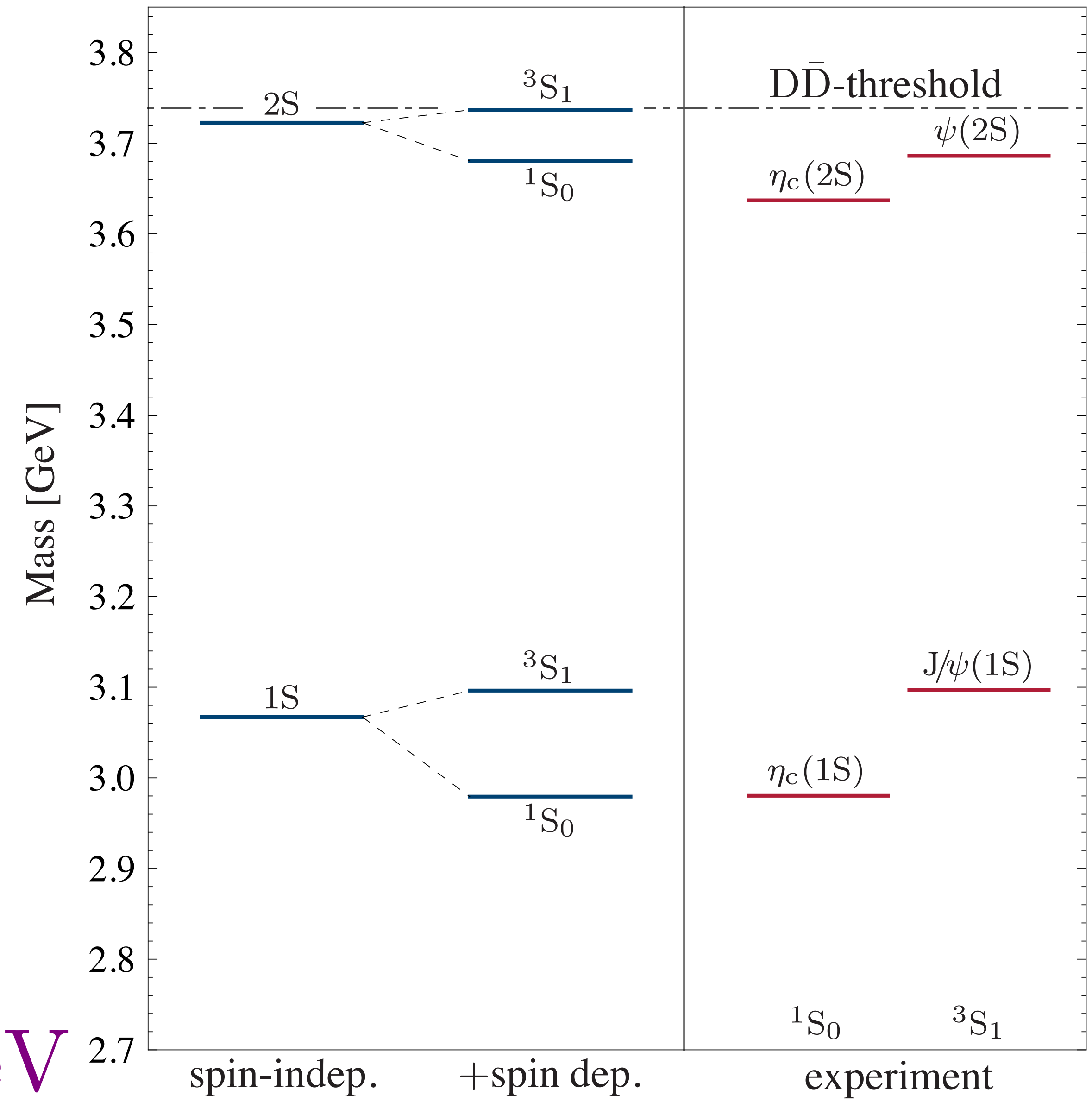
"Constituent quark mass"

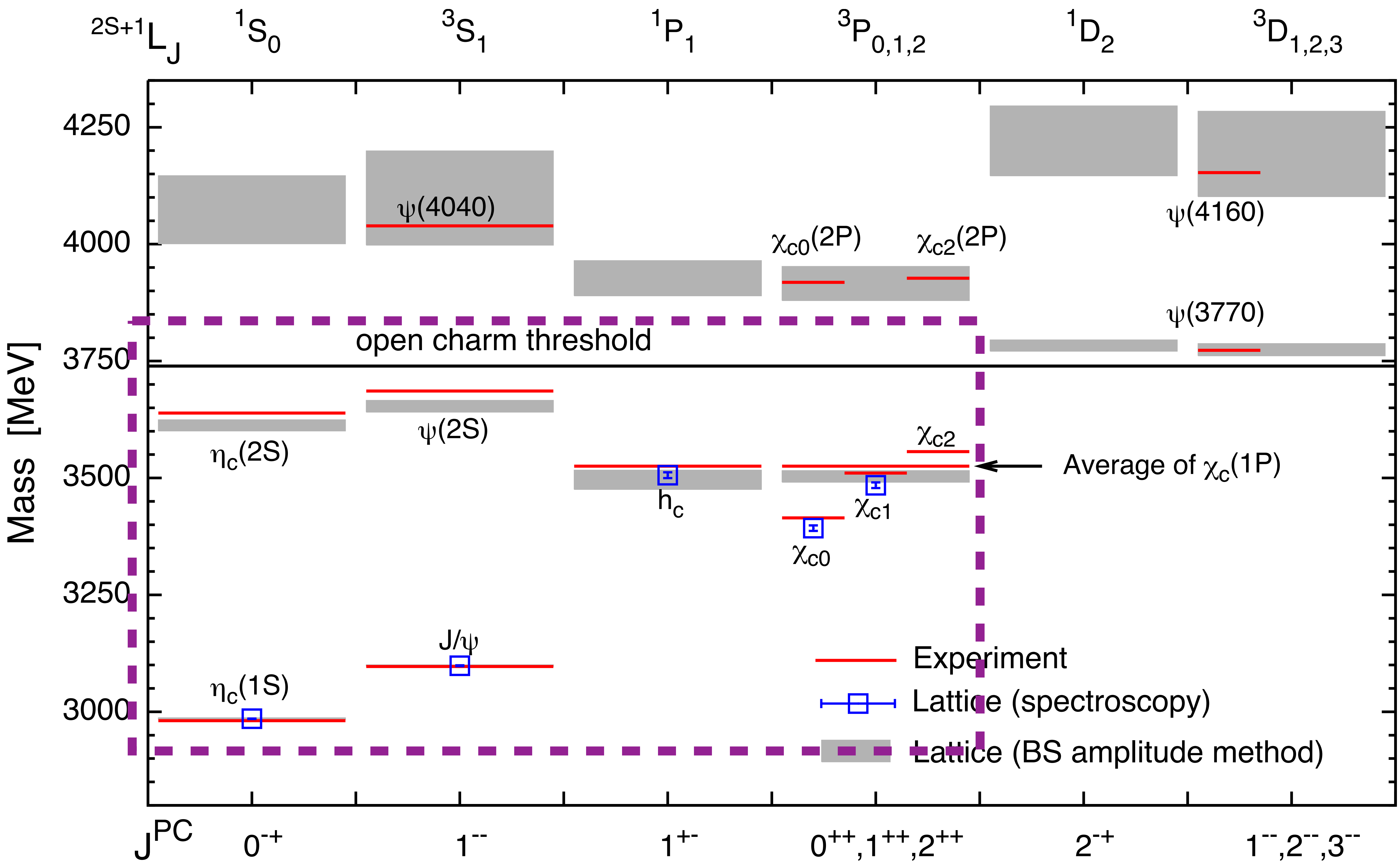
pQCD inputs

$V_c(r),\ V_S(r)$ for $r \leq 0.14$ fm

$$\underline{\overline{m}_c^{\overline{\text{MS}}}(\mu = \overline{m}_c^{\overline{\text{MS}}}) = 1.21(4)\ \text{GeV}}$$

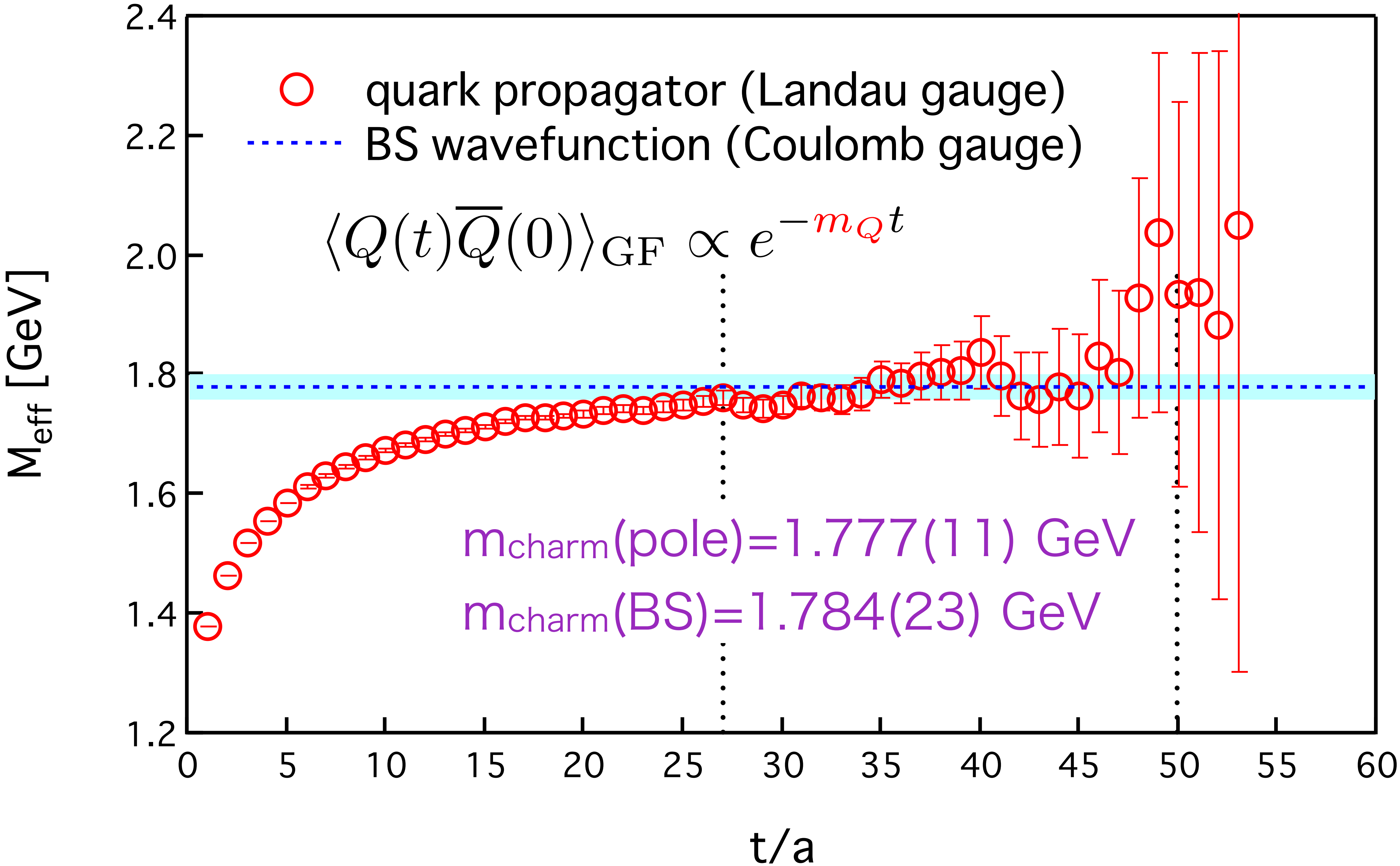
"Current quark mass"





$^{2S+1}L_J$ $^1S_0$ $^3S_1$ $^1P_1$ $^3P_{0,1,2}$ $^1D_2$ $^3D_{1,2,3}$
Mass [MeV]
4250
4000
3750
3500
3250
3000
ψ(4040)
χ_{c0}(2P)
χ_{c2}(2P)
ψ(4160)
ψ(3770)
open charm threshold
η_c(2S)
ψ(2S)
χ_{c2}
Average of χ_c(1P)
h_c
χ_{c1}
χ_{c0}
J/ψ
η_c(1S)
Experiment
Lattice (spectroscopy)
Lattice (BS amplitude method)
J^{PC} 0^{-+} 1^{--} 1^{+-} $0^{++},1^{++},2^{++}$ 2^{-+} $1^{--},2^{--},3^{--}$

What does “quark mass” correspond to ?



Spatial information = Temporal information