

第一原理計算による ^4He の電弱励起の研究

J-PARC素粒子原子核セミナー
KEK東海キャンパス・東海1号館1階115号室
2012年12月3日

堀内渉 (北海道大学)

共同研究者: 鈴木宜之 (新潟大、理研)
新井好司 (長岡高専)

目次

- 第一原理計算
 - 極力仮定を排除
 - 現実的核力を用いて多体のシュレーディンガー方程式を解く
 - 相関ガウス関数＋グローバルベクトル法
- 非束縛状態への応用：電弱相互作用による励起
 - 電磁相互作用
 - 電気双極子励起 → 光吸収(分解)断面積
 - 弱相互作用
 - スピン双極子励起 → ニュートリノ-原子核反応

^4He の電弱励起

- 低エネルギーの光吸収反応

- 電気双極子励起
- 共鳴や連続状態の構造

Taken from S. Nakayama et al.
PRC 76, 021305 (2007).

- ^4He の光吸収断面積

- 最近の測定実験

- S. Nakayama et al., PRC 76, 021305(2007)
ピーク $\sim 27\text{MeV}$
- T. Shima et al., PRC 72, 044004 (2005)
ピーク $\sim 30\text{ MeV}$

- 理論研究

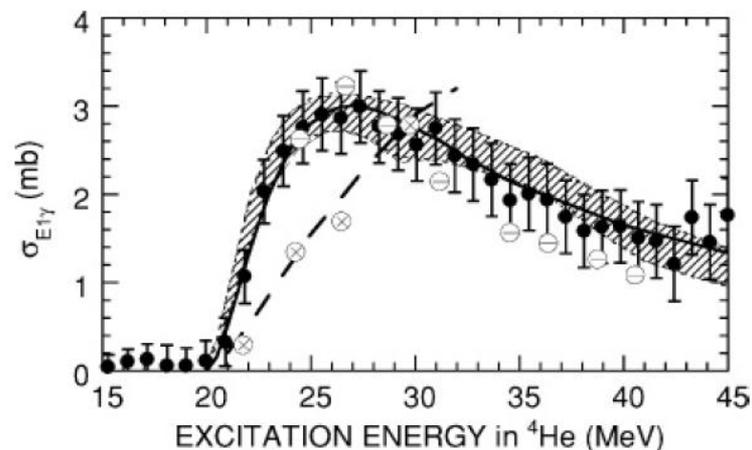
D. Gazit et al. PRL 96, 112302 (2006).

S. Quaglioni and P. Navratil, PLB652, 370 (2007).

相互作用: 現実的核力に基づいた有効相互作用

基底関数: 有効相互作用超球面関数法(EIHH)、芯なし殻模型(NCSM)

連続状態: ローレンツ積分変換法(LIT)



- ^4He の電弱励起

- ν - ^4He 反応に重要 (Gamow-Teller, スピン双極子演算子等)
→ 超新星爆発のシナリオに重要

信頼のおける模型が必要

変分法による量子多体系計算

波動関数の基底関数展開 $\Psi_{JM_J} = \sum_{i=1}^K c_i \Psi(\alpha_i)$

一般化固有値問題 $\sum_{j=1}^K (H_{ij} - EB_{ij})c_j = 0 \quad (i = 1, \dots, K)$

$$\begin{pmatrix} H_{ij} \\ B_{ij} \end{pmatrix} = \langle \Psi(\alpha_i) | \begin{pmatrix} H \\ 1 \end{pmatrix} | \Psi(\alpha_j) \rangle$$

ハミルトニアン $H = \sum_{i=1}^A T_i - T_{\text{cm}} + \sum_{i < j}^A v_{ij} + \sum_{i < j < k}^A v_{ijk}$

$$v_{12} = V_c(r) + V_{\text{Coul.}}(r)P_{1\pi}P_{2\pi} + V_t(r)S_{12} + V_b(r)L \cdot S$$

現実的核力ポテンシャル: 中心力, テンソル力, スピン軌道力

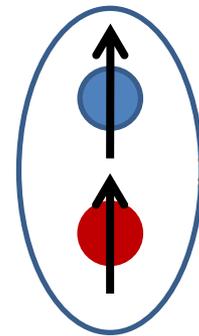
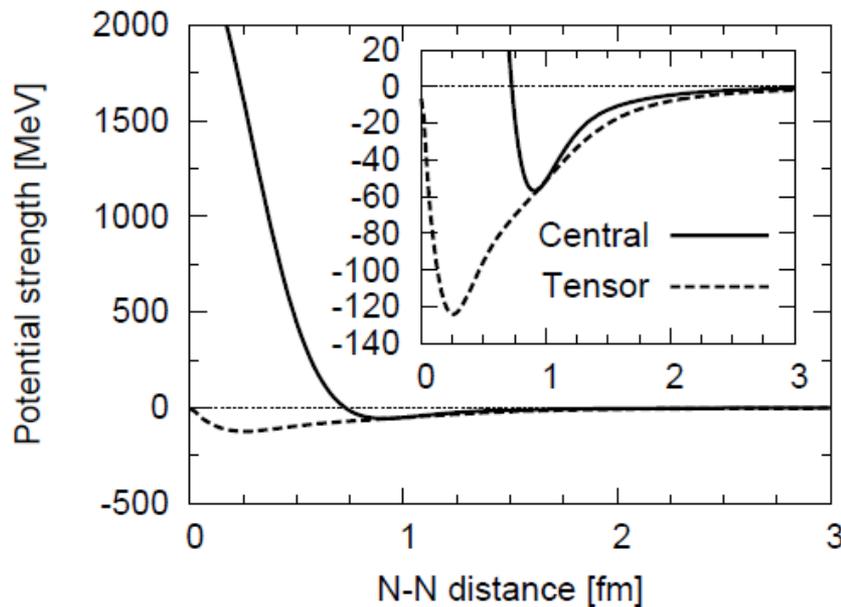
基底関数

$$\Psi_{(LS)JM_JTM_T} = \mathcal{A} \left\{ \left[\psi_L^{(\text{space})} \psi_S^{(\text{spin})} \right]_{JM_J} \psi_{TM_T}^{(\text{isospin})} \right\}$$

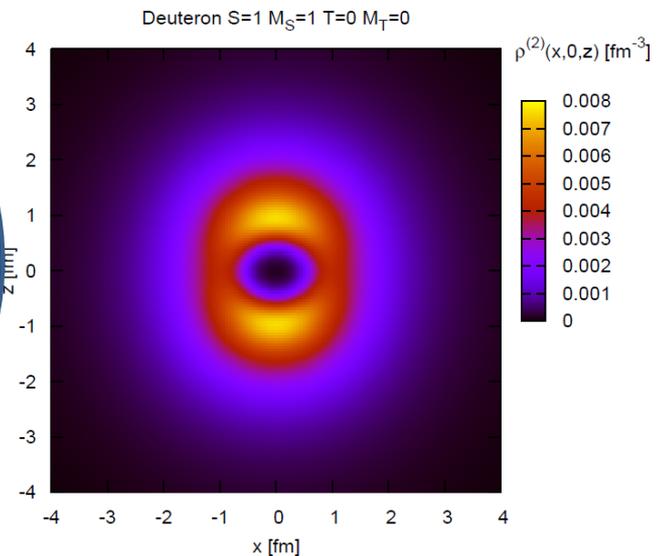
$$\psi_{SM_S}^{(\text{spin})} = |[\cdots [[[\frac{1}{2} \frac{1}{2}]_{S_{12}} \frac{1}{2}]_{S_{123}}] \cdots]_{SM_S} \rangle$$

核子間相互作用

- 現実的核力ポテンシャル
 - 核子-核子散乱を再現
 - 短距離斥力、テンソル力
 - 重陽子波動関数に5-6% D(L=2)波成分の混合



Deuteron (pn) density

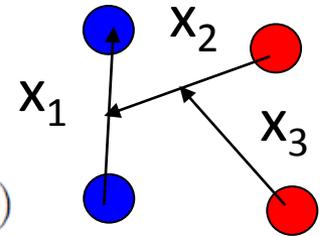


相関ガウス基底＋グローバルベクトル

相関ガウス基底

$$\exp\left(-\frac{1}{2}ar^2\right) \rightarrow \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}A\mathbf{x}\right) = \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{A-1}A_{ij}\mathbf{x}_i\cdot\mathbf{x}_j\right)$$

$$e^{-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}A\mathbf{x}} = \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i<j}\left(\frac{\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j}{b_{ij}}\right)^2\right] \quad A \leftrightarrow (b_{12}, b_{13}, \dots, b_{34})$$



$$\exp(A_{ij}\mathbf{x}_i\cdot\mathbf{x}_j) \sim \sum(\mathbf{x}_i\cdot\mathbf{x}_j)^n \sim \sum[\mathcal{Y}_\ell(\mathbf{x}_i)\mathcal{Y}_\ell(\mathbf{x}_j)]_{00}$$

グローバルベクトル

$$r^l Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \equiv \mathcal{Y}_{lm}(\mathbf{r}) \rightarrow \mathcal{Y}_{LM_L}(\tilde{\mathbf{u}}\mathbf{x}) = \mathcal{Y}_{LM_L}\left(\sum_{i=1}^{A-1}u_i\mathbf{x}_i\right)$$

$$\mathcal{Y}_{LM_L}(u_1\mathbf{x}_1 + u_2\mathbf{x}_2) = \sum_{\ell=0}^L \sqrt{\frac{4\pi(2L+1)!}{(2\ell+1)!(2L-2\ell+1)!}} u_1^\ell u_2^{L-\ell} [\mathcal{Y}_\ell(\mathbf{x}_1)\mathcal{Y}_{L-\ell}(\mathbf{x}_2)]_{LM_L}$$

グローバルベクトル表現

Y. Suzuki, WH, M. Orabi, K. Arai, FBS42, 33 (2008)

→ より一般的な問題に拡張(非中心力、非局所演算子など)

$$F_{(L_1 L_2)LM}(u_1, u_2, A, \mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}A\mathbf{x}\right) [\mathcal{Y}_{L_1}(\tilde{\mathbf{u}}_1\mathbf{x})\mathcal{Y}_{L_2}(\tilde{\mathbf{u}}_2\mathbf{x})]_{LM}$$

グローバルベクトル表現の利点

相関ガウス関数に2つのグローバルベクトルを結合 Y. Suzuki, W.H., M. Orabi, K. Arai, FBS42, 33-72 (2008)

$$\phi_{(L_1 L_2) L M_L}^\pi(A, u_1, u_2) = \exp(-\tilde{x} A \mathbf{x}) [\mathcal{Y}_{L_1}(\tilde{u}_1 \mathbf{x}) \mathcal{Y}_{L_2}(\tilde{u}_2 \mathbf{x})]_{L M_L}$$

\mathbf{x} : any relative coordinates (cf. Jacobi)

$$\mathcal{Y}_\ell(r) = r^\ell Y_\ell(\hat{r})$$

$$\tilde{x} A \mathbf{x} = \sum_{i,j=1}^{N-1} A_{ij} \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j$$

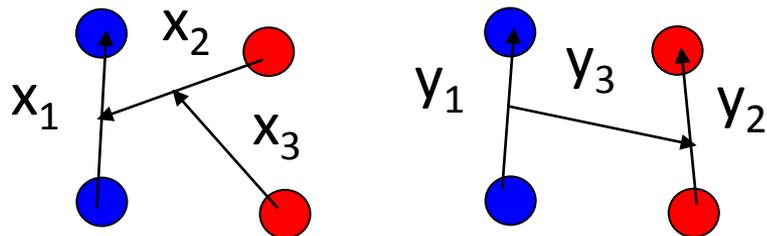
$$\tilde{u}_i \mathbf{x} = \sum_{k=1}^{N-1} (u_i)_k \mathbf{x}_k$$

主な利点

N 粒子系の定式

解析的な行列要素の計算

座標変換に対して関数形が不変

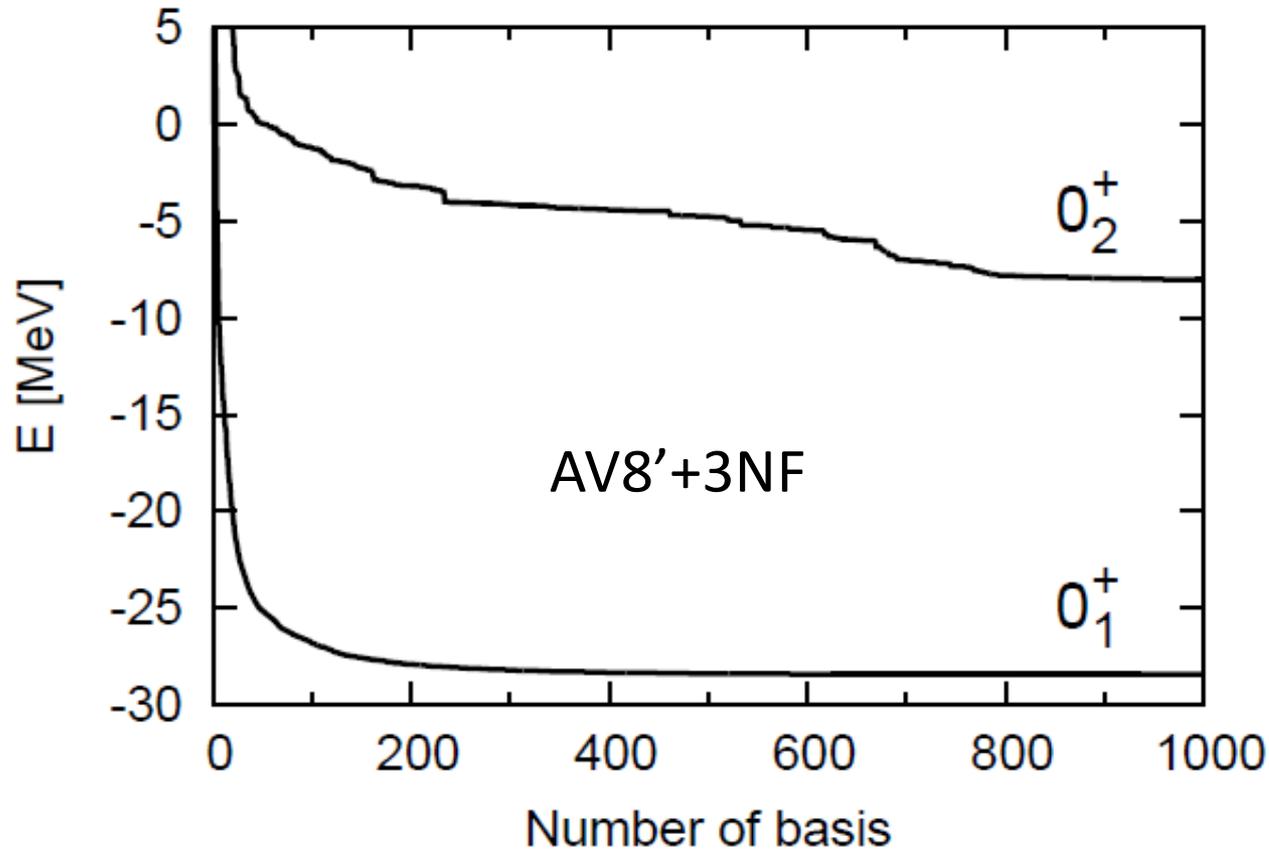


$$\mathbf{y} = T \mathbf{x} \implies \tilde{\mathbf{y}} B \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{x}} \tilde{T} B T \mathbf{x}$$

$$\tilde{v} \mathbf{y} = \tilde{T} v \mathbf{x}$$

変分パラメータ $A, u \rightarrow$ 確率論的変分法に従い最適化

${}^4\text{He}$ の収束曲線



他の精度の良い計算と60keV以内で一致(FY, GFMC, NCSM,...)

H. Kamada et al., PRC64, 044001 (2001)

核反応への応用

- $n+^4\text{He}$ 散乱: Green関数法

Y. Suzuki, WH, K. Arai, NPA823, 1 (2009).

- $d+d, n+^3\text{He}$ 反応: 微視的R行列法

K. Arai, S. Aoyama, Y. Suzuki, P. Descouvemont, D. Baye, PRL107, 132502(2011)

S. Aoyama, K. Arai, Y. Suzuki, P. Descouvemont, D. Baye, FBS52, 97 (2012)

- 光吸収反応 $^4\text{He}(\gamma, X)$: 複素スケーリング法

WH, Y. Suzuki, K. Arai, PRC85, 054002 (2012)

スピン双極子励起への応用

WH, Y. Suzuki, FBS , in press (2012)

WH, Y. Suzuki, in preparation

複素スケーリング法による 光吸収断面積

光吸収断面積

$$\sigma_{\gamma}(E_{\gamma}) = \frac{4\pi^2}{\hbar c} E_{\gamma} \frac{1}{3} S(E_{\gamma})$$

強度関数

$$\begin{aligned} S(E) &= \mathcal{S}_{\mu f} |\langle \Psi_f | \mathcal{M}_{1\mu} | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(E_f - E_0 - E) \\ &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_{\mu} \langle \Psi_0 | \mathcal{M}_{1\mu}^{\dagger} \frac{1}{E - H + E_0 + i\epsilon} \mathcal{M}_{1\mu} | \Psi_0 \rangle, \end{aligned}$$

電気双極子演算子

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{1\mu} &= \sum_{i=1}^4 \frac{e}{2} (1 - \tau_{3i})(r_i - x_4)_{\mu}, \\ &= -\frac{e}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{i=1}^4 \tau_{3i} \mathcal{Y}_{1\mu}(r_i - x_4), \quad \text{アイソベクトル型} \end{aligned}$$

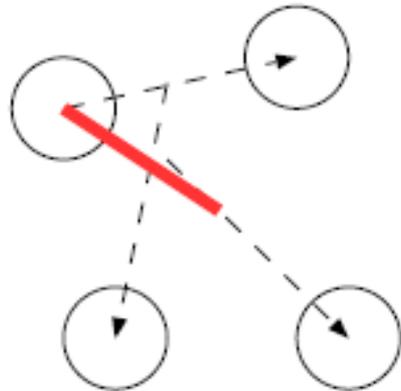
複素座標スケーリング $U(\theta) : r_j \rightarrow r_j e^{i\theta}, p_j \rightarrow p_j e^{-i\theta}$ 外向き波の境界条件.

2乗可積分関数で展開可 $\Psi_{\lambda}^{JM\pi}(\theta) = \sum_i C_i^{\lambda}(\theta) \Phi_i(x) \quad H(\theta) \Psi_{\lambda}^{JM\pi}(\theta) = E_{\lambda}(\theta) \Psi_{\lambda}^{JM\pi}(\theta)$

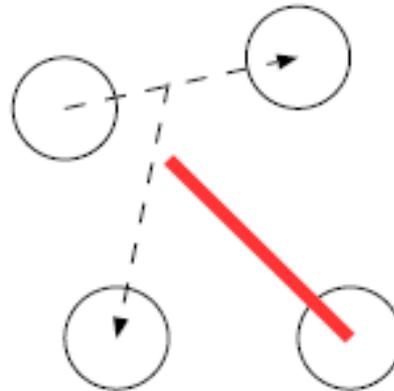
強度関数

$$\begin{aligned} S(E) &= -\frac{1}{\pi} \sum_{\mu\lambda} \text{Im} \frac{\tilde{\mathcal{D}}_{\mu}^{\lambda}(\theta) \mathcal{D}_{\mu}^{\lambda}(\theta)}{E - E_{\lambda}(\theta) + i\epsilon} \\ \mathcal{D}_{\mu}^{\lambda}(\theta) &= \langle (\Psi_{\lambda}^{JM\pi}(\theta))^* | \mathcal{M}_{1\mu}(\theta) | U(\theta) \Psi_0 \rangle \\ \tilde{\mathcal{D}}_{\mu}^{\lambda}(\theta) &= \langle (U(\theta) \Psi_0)^* | \tilde{\mathcal{M}}_{1\mu}(\theta) | \Psi_{\lambda}^{JM\pi}(\theta) \rangle \end{aligned}$$

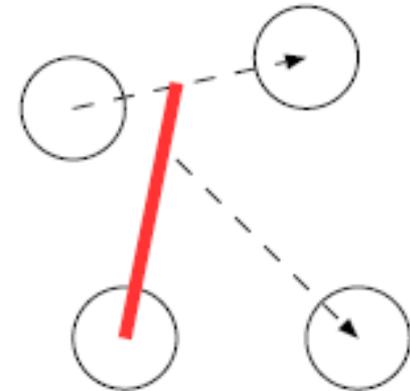
終状態の配位



(i) Single-particle excitation



(ii) 3N+N two-body disintegration



(iii) d+p+n three-body disintegration

(i)
$$\Psi_f^{\text{SP}} = \mathcal{A} \left[\Phi_0^{(4)}(i) \mathcal{Y}_1(r_1 - x_4) \right]_{1M} \eta_{T_{12} T_{123}}^{(4)}$$

- The ground state combined with $\mathcal{Y}_1(r_1 - x_4)$
- Complete set of isospin wave function (T=1)
- Basis and possible angular momentum couplings are included independently.

(ii)
 3N: three-body cal.
 3N-N: p-wave

(iii)
 2N: two-body cal.
 2N-N: p-wave
 3N*-N: s-wave

Note: The coherent E1 state $\sum_{\mu} \mathcal{M}_{1\mu} |0\rangle$ exhausts 100% of the non-energy-weighted sum rule.

SVM Truncation reduces the basis size
Explicit correlation of 3+1 and 2+1+1

換算電気双極子遷移確率

$$B(E1, \lambda) = \sum_{M\mu} |\langle \Psi_\lambda^{1M-}(\theta=0) | \mathcal{M}_{1\mu} | \Psi_0 \rangle|^2$$

‘Full’計算 ~7000基底

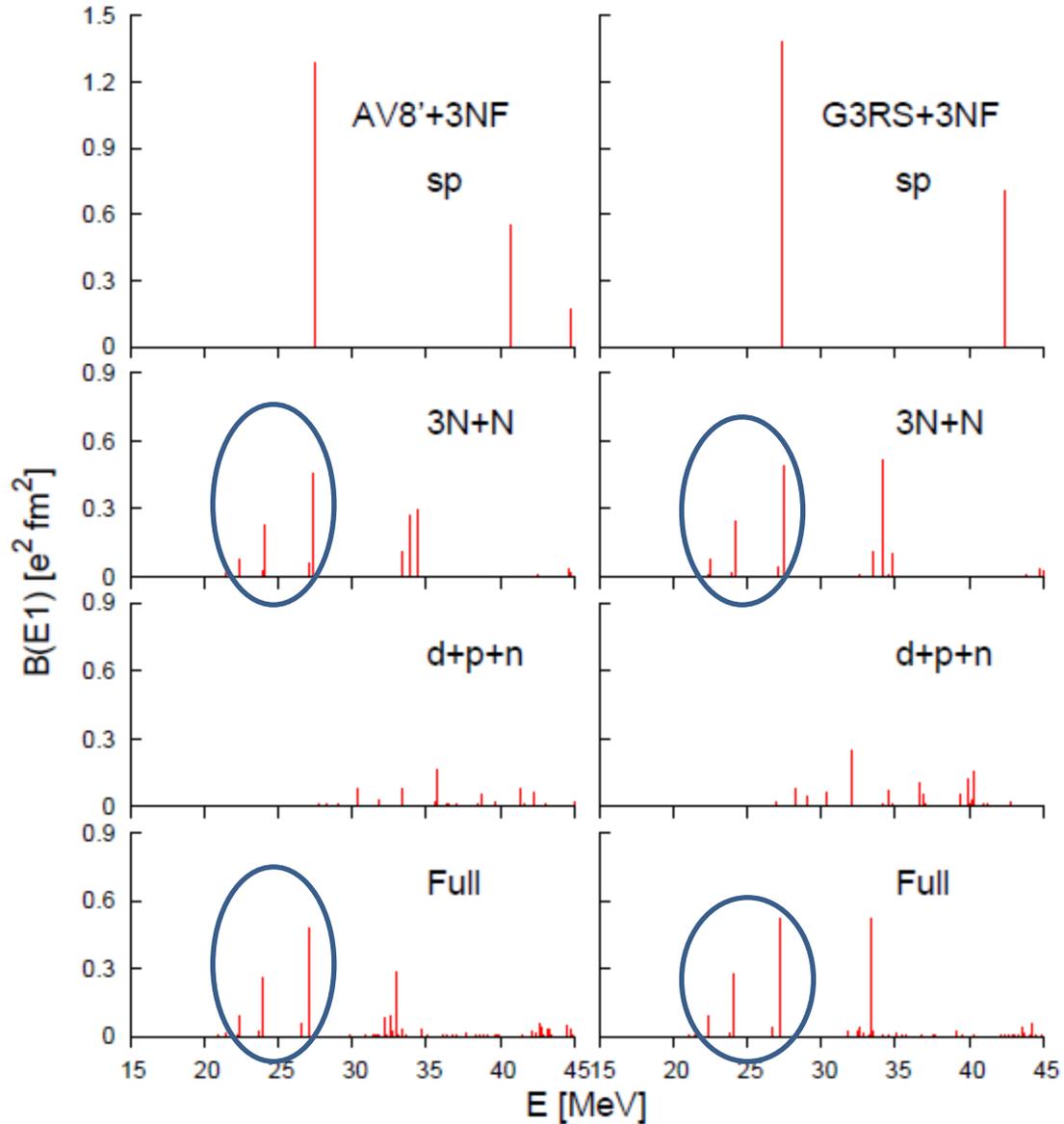
相互作用 AV8'+3NF, G3RS+3NF

3NF: E. Hiyama et al., PRC70, 031001(2004).

25 MeV付近のピーク

3N+N structure

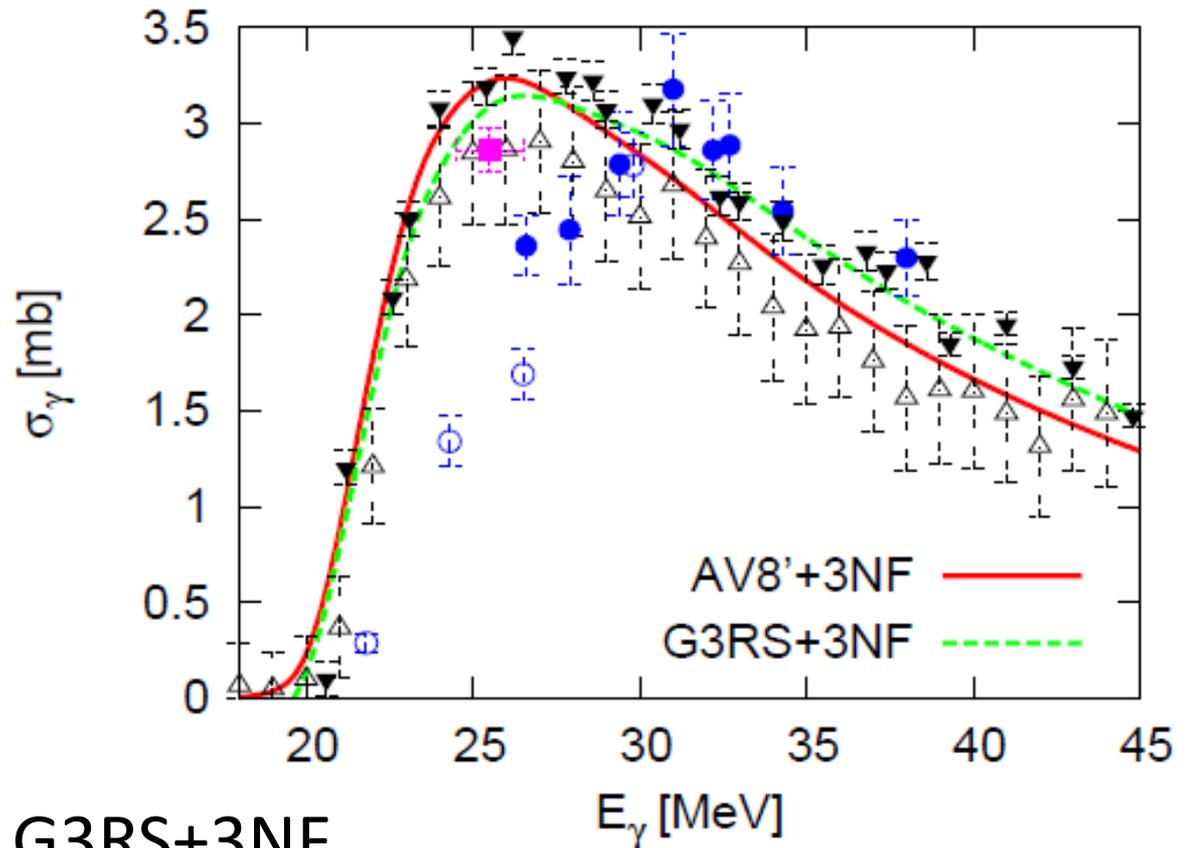
和則を99.6%満たす



光吸収断面積

光吸収断面積

$$\sigma_{\gamma}(E_{\gamma}) = \frac{4\pi^2}{\hbar c} E_{\gamma} \frac{1}{3} S(E_{\gamma})$$



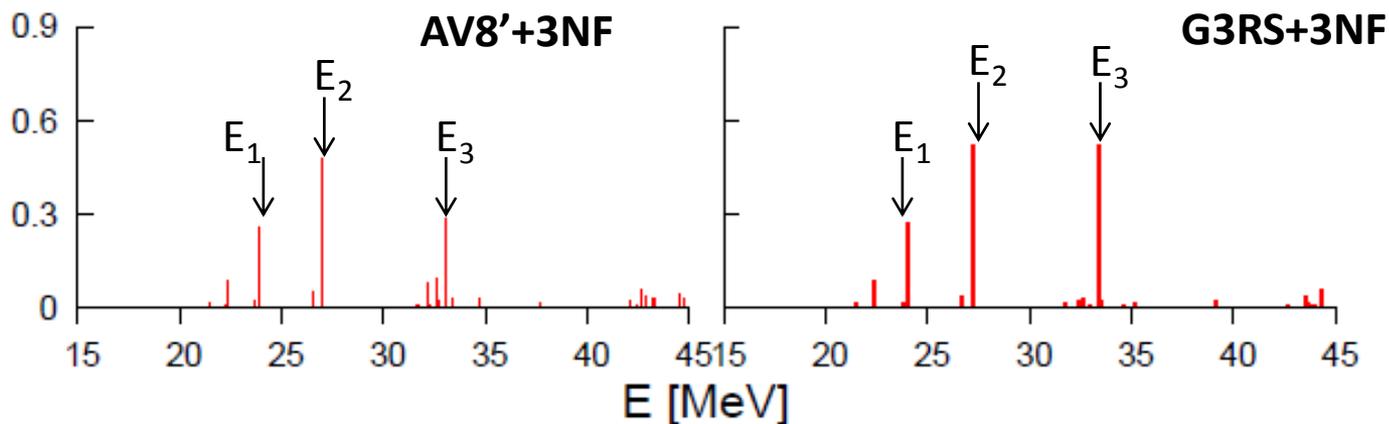
相互作用: AV8'+3NF, G3RS+3NF

3NF: E. Hiyama et al., PRC70, 031001(2004).

30 MeV以上でよい一致

- \triangle S. Nakayama et al., (2007)
- \blacksquare D.P. Wells et al. (1992)
- \blacktriangledown Y. M. Arkatov et al.,(1974).
- \circ T. Shima et al., (2005).
- \bullet T. Shima et al., new measurement

遷移密度



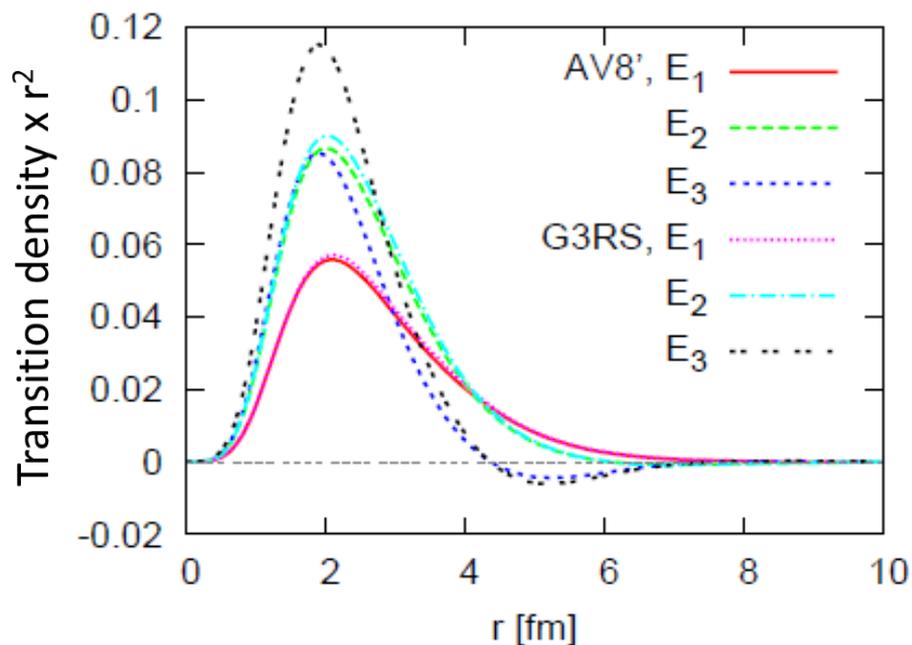
遷移密度

$$\rho_\lambda(r) = \langle \Psi_\lambda^{10^-}(\theta = 0) | \sum_{i=1}^4 \frac{\delta(|r_i - x_4| - r)}{r^2} \times \mathcal{Y}_{10}(r_i - x_4) \frac{1 - \tau_{3i}}{2} | \Psi_0 \rangle,$$

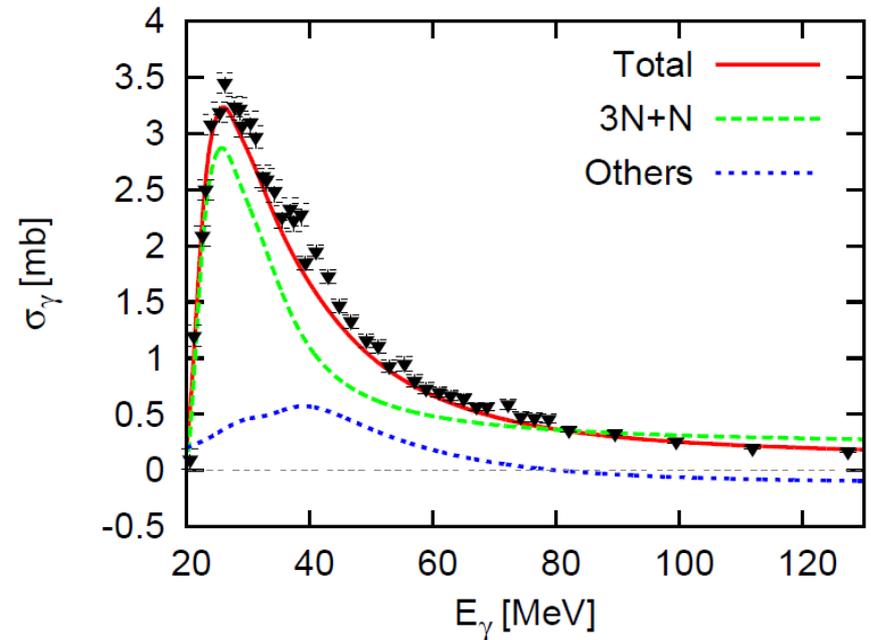
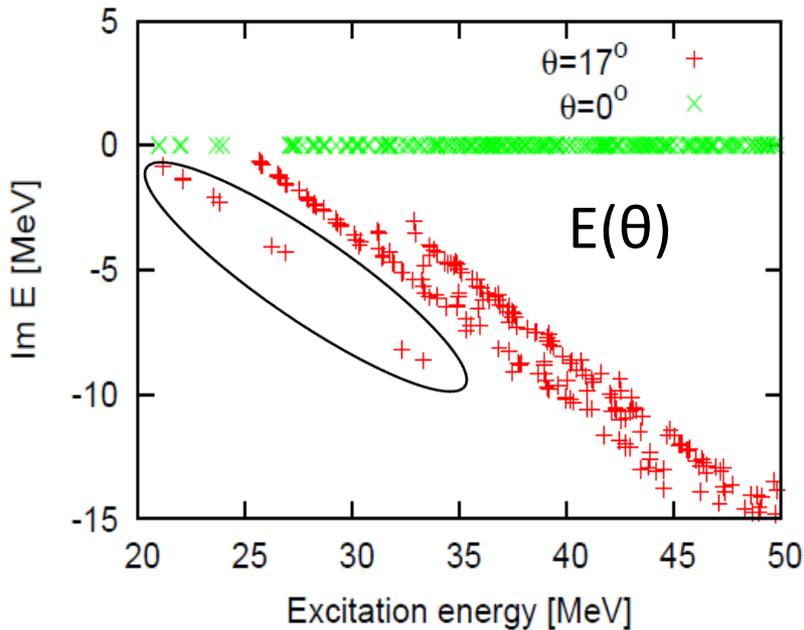
E1遷移強度

$$\langle \Psi_\lambda^{10^-}(\theta = 0) | \mathcal{M}_{10} | \Psi_0 \rangle = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} e \int_0^\infty \rho_\lambda(r) r^2 dr$$

遷移強度は遠方まで広がっている
→ 3N+N構造



光吸収断面積における3N+Nクラスターの寄与



▼ Y. M. Arkatov et al., Yad. Fiz. 19, 1172 (1974).

$$S(E) = \sum_{\lambda} S_{\lambda} = \sum_{\lambda \in 3NN} S_{\lambda} + \sum_{\lambda \notin 3NN} S_{\lambda}$$

3N+N 配位は低エネルギーで重要

光吸収断面積と和則

$$m_{\kappa} = \int_0^{\infty} E_{\gamma}^{\kappa} \sigma_{\gamma}(E_{\gamma}) dE_{\gamma}$$

- $\kappa=-1$; Bremsstrahlungs (non-energy weighted)和則

$$m_{-1} = \mathcal{G} \left(Z^2 \langle r_p^2 \rangle - \frac{Z(Z-1)}{2} \langle r_{pp}^2 \rangle \right)$$

$$\mathcal{G} = 4\pi^2 e^2 / 3\hbar c$$

陽子半径と陽子間距離で書ける
99.6%満たす

- $\kappa=0$; Thomas-Reiche-Kuhn (TRK)和則

$$m_0 = \mathcal{G} \frac{3NZ\hbar^2}{2Am_N} (1 + K) \quad K: \text{Enhancement因子}$$

$$K = \sum_{q=1}^8 K_q \quad V_q = \sum_{i < j} v^{(q)}(r_{ij}) \mathcal{O}_{ij}^{(q)}$$

$$K_q = \frac{2Am_N}{3NZ\hbar^2 e^2} \frac{1}{2} \sum_{\mu} \langle \Psi_0 | [\mathcal{M}_{1\mu}^{\dagger}, [V_q, \mathcal{M}_{1\mu}]] | \Psi_0 \rangle$$

2重交換子の基底状態期待値で書ける

π 中間子交換力がKに対し重要な寄与

$$V_{OPEP} = \frac{1}{3} \frac{f^2}{\hbar c} m_{\pi} c^2 (\tau_1 \cdot \tau_2) \left\{ (\sigma_1 \cdot \sigma_2) + \left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{(\mu r)^2} \right) S_{12} \right\} \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}$$

		AV8'+3NF	
		$\langle V_q \rangle$	K_q
q			
1	1	17.39	0
2	$\sigma_i \cdot \sigma_j$	-9.59	0
3	$\tau_i \cdot \tau_j$	-5.22	0.011
4	$\sigma_i \cdot \sigma_j \tau_i \cdot \tau_j$	-59.42 (-12.51)	0.460 (0.187)
5	S_{ij}	0.75	0
6	$S_{ij} \tau_i \cdot \tau_j$	-70.93 (-68.65)	0.574 (0.667)
7	$(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})_{ij}$	11.09	0
8	$(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})_{ij} \tau_i \cdot \tau_j$	-15.93	0.061
Total		-131.9	1.11

• スピン双極子演算子

$$O_{\lambda\mu}^P = \sum_{i=1}^4 [(r_i - x_4) \times \sigma_i]_{\lambda\mu} T_i^P$$

T_i^P : アイソスピン演算子

• ^4He の負パリティ状態

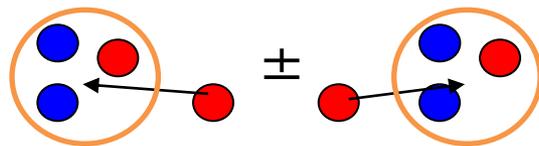
– $J^\pi T = 0^-1, 1^-1, 2^-1, 0^-0, 1^-0, 2^-0$

– 3N+Nクラスター状態(0^+0)

E. Hiyama et al. PRC70, 031001(R) (2002)

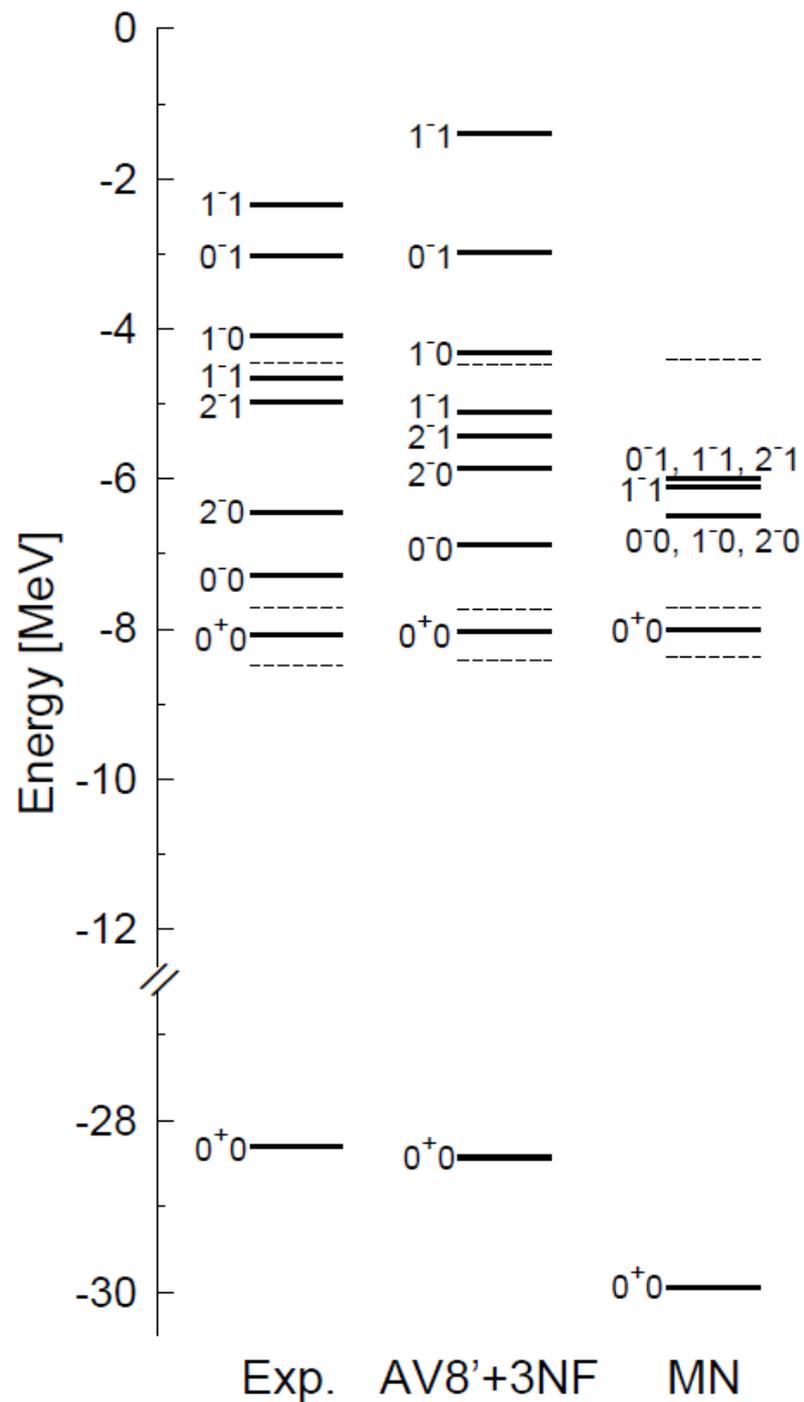
– 反転2重項状態

W.H. and Y. Suzuki, PRC78, 034305 (2008)



• 中心力のみでは縮退

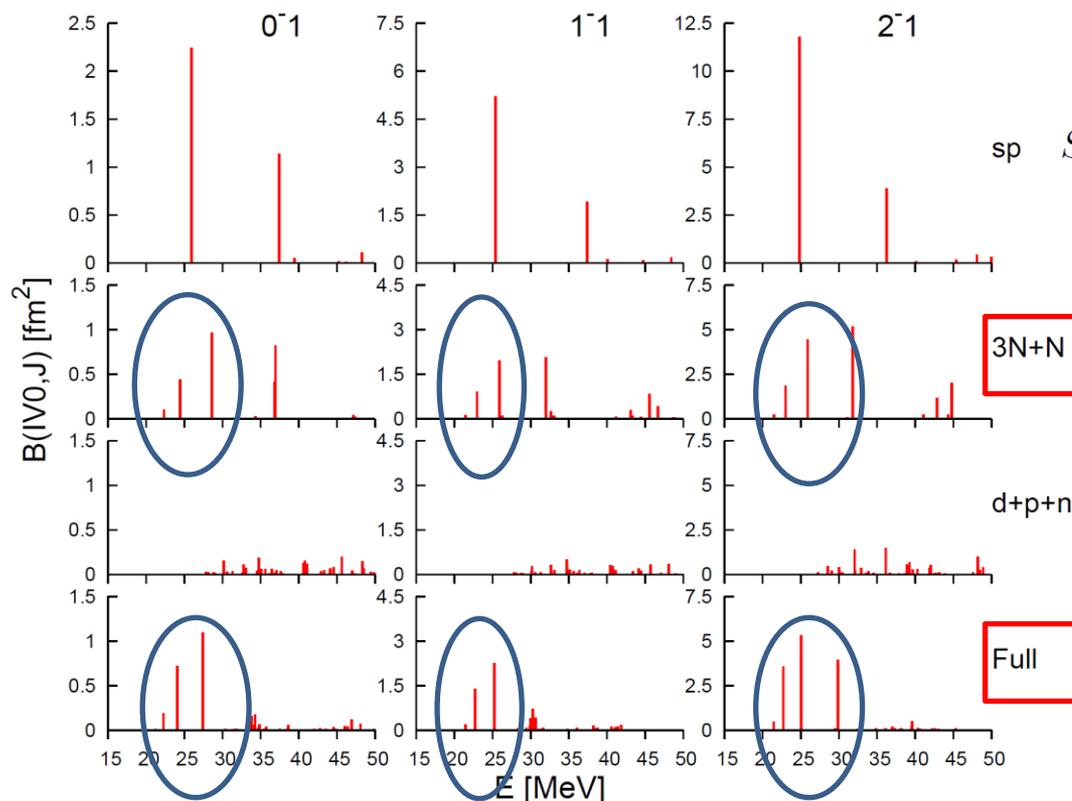
→ 非中心力の必要性



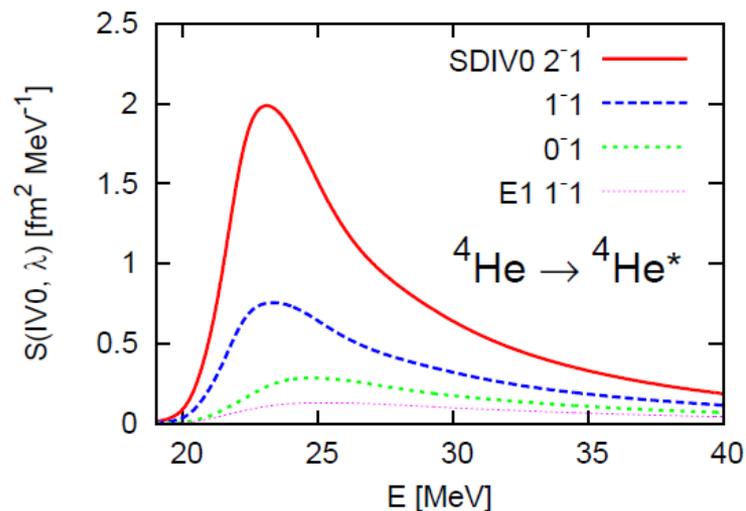
アイソベクター型(τ_z)スピン双極子遷移

$$B(SD, \lambda, i) = \sum_{M\mu} |\langle \Psi_i^{JM-}(\theta=0) | \mathcal{O}_{\lambda\mu} | \Psi_{00} \rangle|^2$$

$$\mathcal{O}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^4 [(r_i - x_4) \times \sigma_i]_{\lambda\mu} \tau_{3i}$$



$$sp \quad S(E) = \mathcal{S}_{f\mu} |\langle \Psi_f | \mathcal{O}_{\lambda\mu} | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(E_f - E_0 - E)$$



4つの $T=1$ 状態に対応

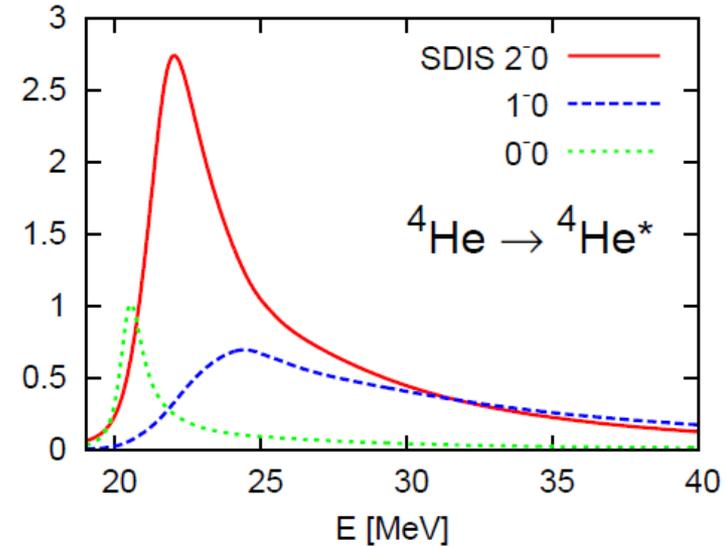
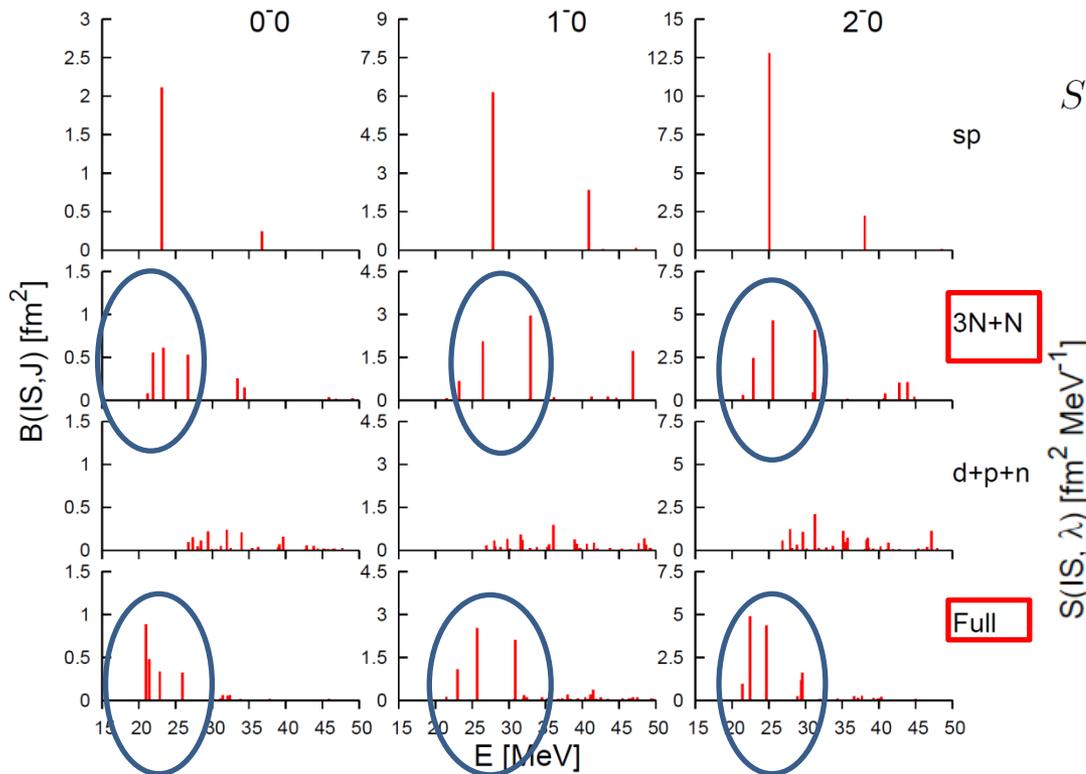
- 3N+N構造を示唆
- 荷電交換過程も計算可(t_{\pm})

アイソスカラー型スピン双極子遷移

$$B(SD, \lambda, i) = \sum_{M\mu} |\langle \Psi_i^{JM-}(\theta=0) | \mathcal{O}_{\lambda\mu} | \Psi_{00} \rangle|^2$$

$$\mathcal{O}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^4 [(r_i - x_4) \times \sigma_i]_{\lambda\mu}$$

$$S(E) = \mathcal{S}_{f\mu} |\langle \Psi_f | \mathcal{O}_{\lambda\mu} | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(E_f - E_0 - E)$$



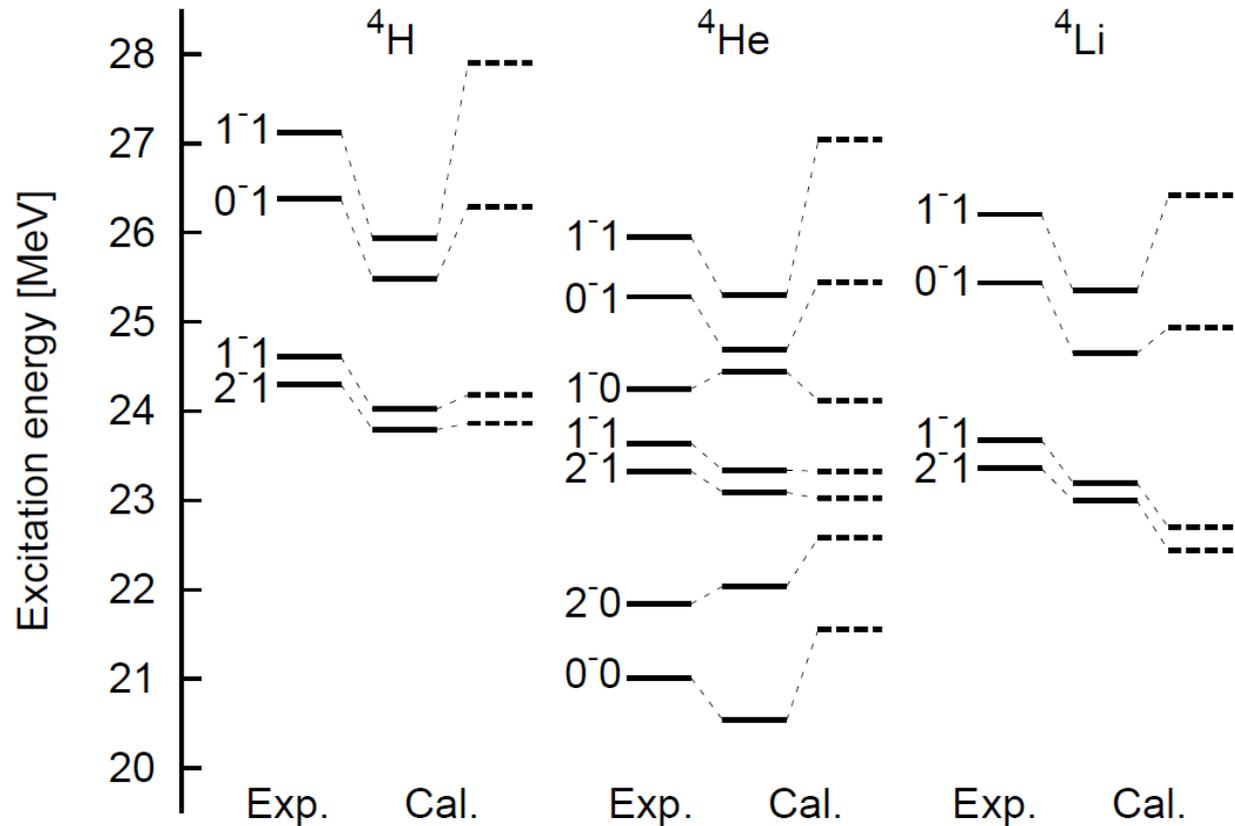
- 0-0, 2-0は比較的崩壊幅(0.84, 2.01 MeV)が狭い
- 構造を反映した強度分布が得られる

励起状態 との関係

- ピーク位置
- 崩壊幅

→実験とよい一致

束縛状態近似と比べ、幅の広い状態が改善



$J^\pi T$	^4H		^4He		^4Li	
	E_R	Γ	E_R	Γ	E_R	Γ
0^-0	–	–	20.54 (21.01)	1.1 (0.84)	–	–
2^-0	–	–	22.04 (21.84)	3.1 (2.01)	–	–
2^-1	23.79 (24.30)	5.3 (5.42)	23.09 (23.33)	5.6 (5.01)	23.00 (23.36)	6.5 (6.03)
1_1^-1	24.02 (24.61)	6.95 (6.73)	23.34 (23.64)	7.15 (6.20)	23.20 (23.68)	8.1 (7.35)
1^-0	–	–	24.44 (24.25)	9.5 (6.10)	–	–
0^-1	25.48 (26.38)	9.8 (8.92)	24.69 (25.28)	9.95 (7.97)	24.65 (25.44)	10.55 (9.35)
1_2^-1	25.93 (27.13)	12.8 (12.99)	25.30 (25.95)	13.4 (12.66)	25.35 (26.21)	13.95 (13.51)

スピンドイポール強度関数の和則

$$m(\lambda) = \int_0^\infty S(\lambda, E) dE = \sum_{\mu} \langle \Psi_0 | \mathcal{O}_{\lambda\mu}^\dagger \mathcal{O}_{\lambda\mu} | \Psi_0 \rangle = \sum_{\kappa=0,1,2} A_{\kappa}^{\lambda} \langle \Psi_0 | \mathcal{Q}_{\kappa} | \Psi_0 \rangle$$

$$\mathcal{Q}_{\kappa} = \sum_{i,j=1}^N [[\rho_i \times \rho_j]_{\kappa} \times [\sigma_i \times \sigma_j]_{\kappa}]_{00} \tau_{3i} \tau_{3j} \quad \rho_i = r_i - x_N$$

$$\begin{pmatrix} m(\lambda=0) \\ m(\lambda=1) \\ m(\lambda=2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{5}}{3} \\ 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{5}}{2} \\ \frac{5}{3} & -\frac{5}{2\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{5}}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle \Psi_0 | \mathcal{Q}_0 | \Psi_0 \rangle \\ \langle \Psi_0 | \mathcal{Q}_1 | \Psi_0 \rangle \\ \langle \Psi_0 | \mathcal{Q}_2 | \Psi_0 \rangle \end{pmatrix}$$

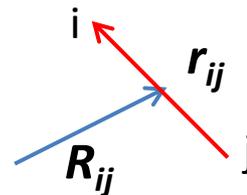
$(0s)^4$: 強度和の比は1:3:5
 計算値: 1.47:3:5.89
 $\kappa=2$ が比を歪める

和則を99.9%以上満たす

$\kappa=1$ の寄与 ~ 0

$\kappa=2$ の寄与 >0 (基底状態:S=2成分 $\sim 14\%$)

2核子間相対座標 $r_{ij} = r_i - r_j, \quad R_{ij} = \frac{r_i + r_j}{2} - x_N$



$$[\rho_i \times \rho_j]_{\kappa\mu} = -\frac{1}{4} [r_{ij} \times r_{ij}]_{\kappa\mu} + [R_{ij} \times R_{ij}]_{\kappa\mu} + \frac{1}{2} (1 - (-1)^{\kappa}) [r_{ij} \times R_{ij}]_{\kappa\mu},$$

$\kappa=2$ はテンソル演算子と関係

$$([r_{ij} \times r_{ij}]_2 \cdot [\sigma_i \times \sigma_j]_2)$$

まとめと展望

- 現実的核子間相互作用を用いた4体計算
 - 相関ガウス+グローバルベクトル法
 - 束縛状態と非束縛状態を統一的に記述
- 光吸収断面積
 - π 中間子閾値以下の断面積を再現
 - テンソル力、 $3N+N$ 構造の重要性
- スピン双極子励起
 - スペクトルとの対応
 - テンソル力の和則への寄与
- 将来計画
 - ニュートリノ-原子核反応断面積
 - 3体力の役割
 - より重い核の計算