

格子QCDによるチャーム・テトラクォークの探索

池田陽一 (理化学研究所)

Hadrons to Atomic nuclei from Lattice QCD

青木慎也, 村野啓子 (京大 基研)

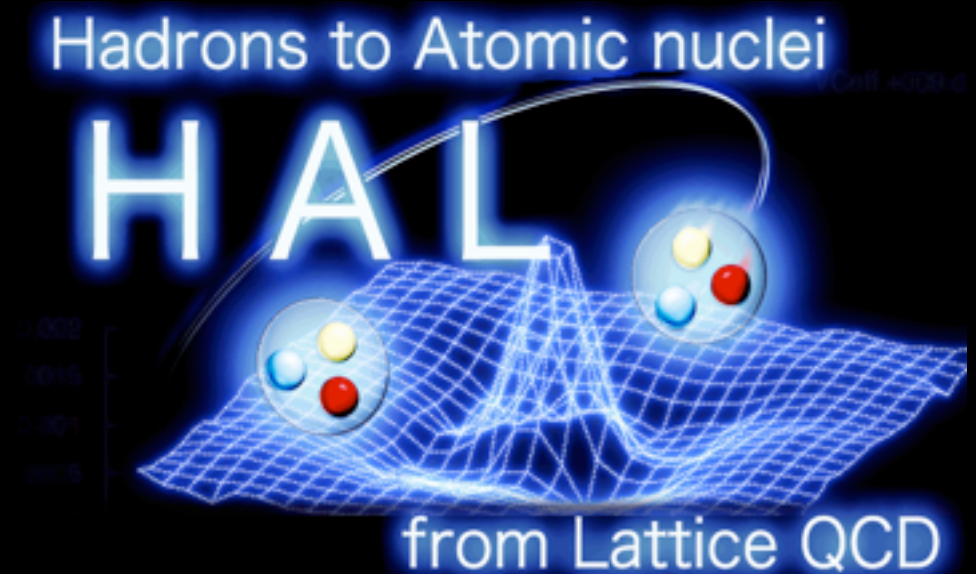
Bruno Charron (東大)

土井琢身, 初田哲男, 池田陽一 (理研)

井上貴史 (日大)

石井理修 (筑波大 AICS)

根村英克, 佐々木健志, 山田真徳 (筑波大)



KEK-東工大共催 「ヘビークォークハドロンと原子核のスペクトルと構造」 研究会
2014年2月26--28日 (KEK2号館)

トークの内容

★ テトラクォーク T_{cc} , T_{cs}

- 1) テトラクォークの存在の可能性について
- 2) 格子QCDによる数値散乱実験
- 2) 格子QCD“ポテンシャル”の計算方法
- 3) 物理量を計算して、テトラクォークを探す

なぜチャームクォークの物理？

★ エキゾチックハドロンの候補がたくさん

🎧 クォーク模型：中間子崩壊の閾値までにおいて
チャーモニウム(cc^{bar})の実験結果を良く再現

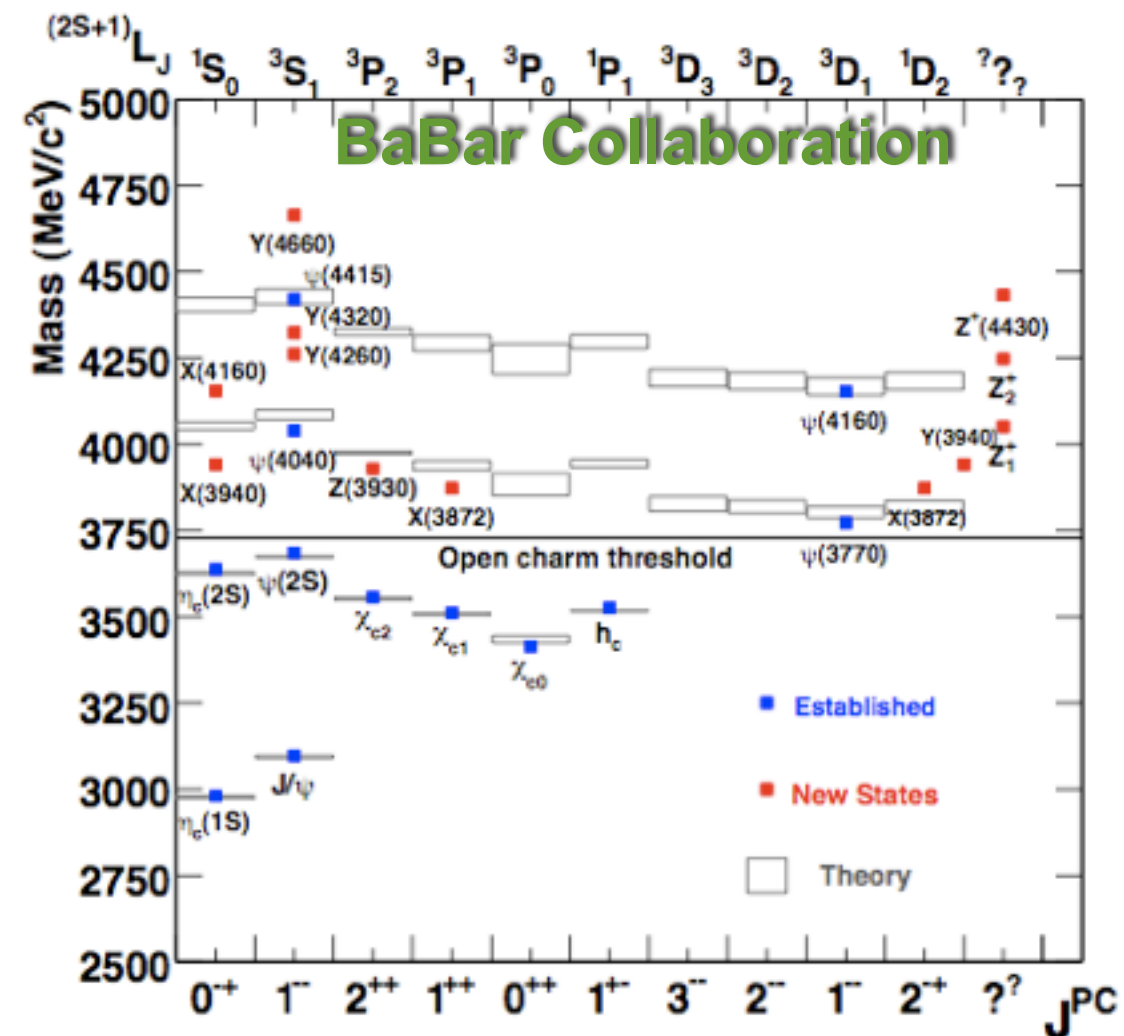
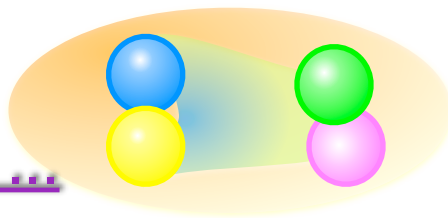
[Godfrey, Isgur, PRD 32 \(1985\).](#)

[Barnes, Godfrey, Swanson, PRD 72 \(2005\).](#)

✓ 中間子崩壊の閾値を超えると...

🎧 “新しく発見された” X, Y, Z粒子： cc^{bar} だけでは記述できない ($cc^{\text{bar}} + \dots$)

[Belle, BaBar, BESIII, LHC, ...](#)



✓ X, Y, Z粒子以外にも...

🎧 テトラクォーク ($T_{QQ'} = QQ'q^{\text{bar}}q^{\text{bar}} / Q^{\text{bar}}Q'^{\text{bar}}qq$):

$Q^{(\prime)}$ はストレンジ, チャーム, ボトムクォーク

[H. J. Lipkin, PLB172 \(1986\).](#)

[S. Zouzou et al., Z. Phys. C30, 457 \(1986\).](#)

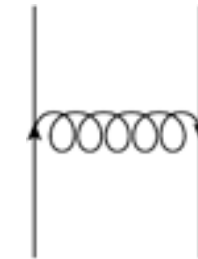
明らかにエキゾチックハドロンの候補

➡ 実験ではまだ, $T_{QQ'}$ の存在は確認されていない

なぜ $T_{QQ'}$ が存在すると考えられる？

- クォーク模型：引力のカラー・スピン相互作用 (CMI)

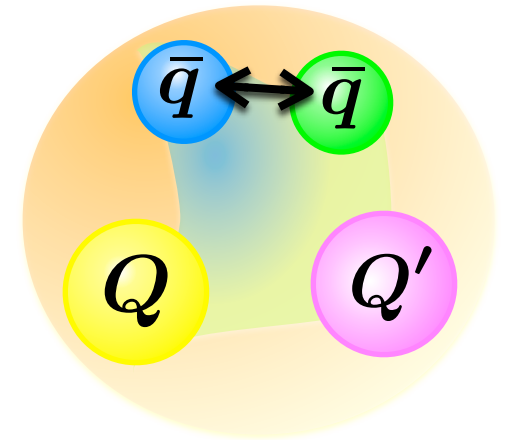
$$V_{\text{CMI}} = A \sum_{i < j} \frac{(\vec{\lambda}(i) \cdot \vec{\lambda}(j)) (\vec{\sigma}(i) \cdot \vec{\sigma}(j))}{M_i M_j} \delta^3(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$



スカラー $u^{\text{bar}} d^{\text{bar}}$ -diquark ($I=0, C=3$)に強い引力

⇒ 4体系の計算：B.E. ($DD^* \leftrightarrow T_{cc} : J^P=1^+, I=0$) ~ 70 MeV

[J. Vijande, A. Valcarce, PRC80, 035204 \(2009\).](#)



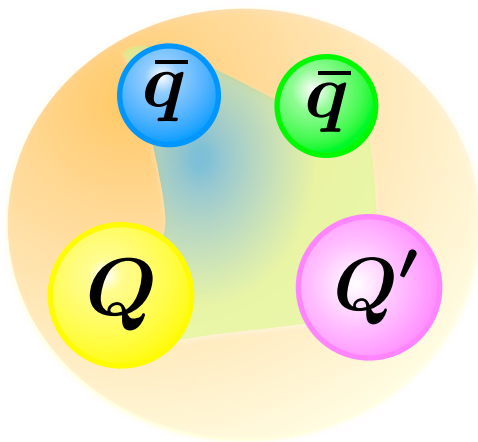
- メソン交換ポテンシャル模型：pion交換による引力

⇒ B.E. ($DD^* \leftrightarrow T_{cc} (J^P=1^+, I=0)$) ~ 60 MeV

[S. Ohkoda et al., PRD86, 034019 \(2012\).](#)

目的) 格子QCDを用いて、次の質問に答えたい

1) テトラクォーク $T_{QQ'}$ は存在するか？



2) 近距離におけるカラー・スピン力？

3) パウリ原理(近距離)？

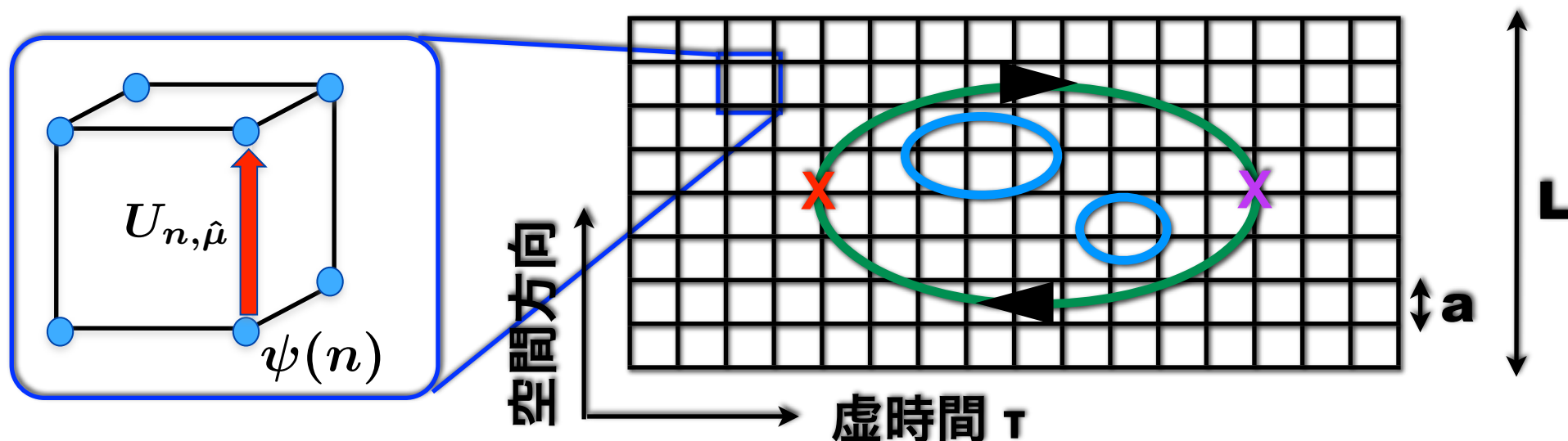
4) 長距離におけるpion交換力？
($DD^* - D^*D^*$ チャンネル結合)

格子QCD -- 簡単な導入 --

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2} \text{tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi$$

➡ ユークリッド空間の経路積分をモンテカルロ法でシミュレーション

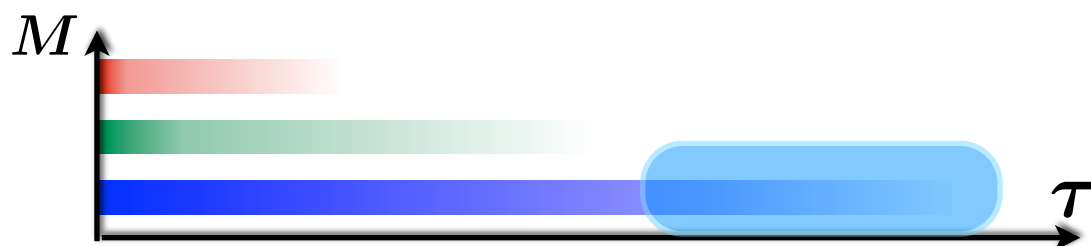
- クォーク: $\psi(n)$
- グルーオン: $U_{n,\mu}$



例) 中間子質量の測定

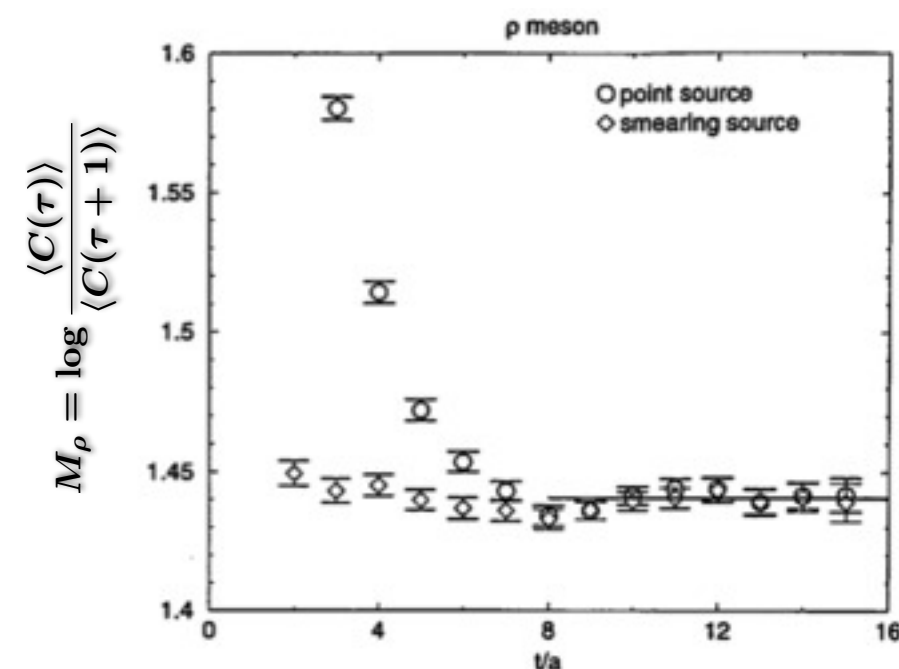
$$\langle C(\tau) \rangle = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | \phi(\vec{x}) \phi(0)^\dagger | 0 \rangle \quad \phi(x) = \bar{q}(x) \Gamma q(x)$$

$$\langle C(\tau) \rangle = A_0 e^{-M_0 \tau} + A_1 e^{-M_1 \tau} + A_2 e^{-M_2 \tau} + \dots$$



十分大きなτの領域: 基底状態が主要項になる

(Ground state saturation)



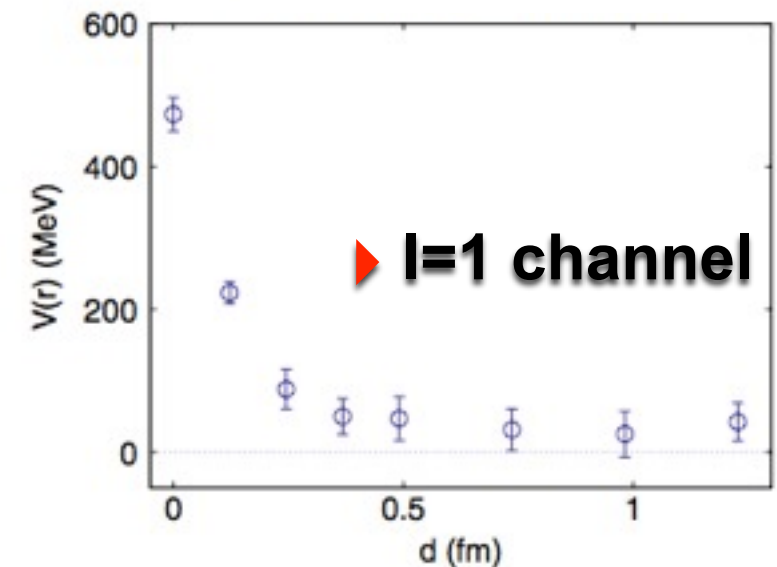
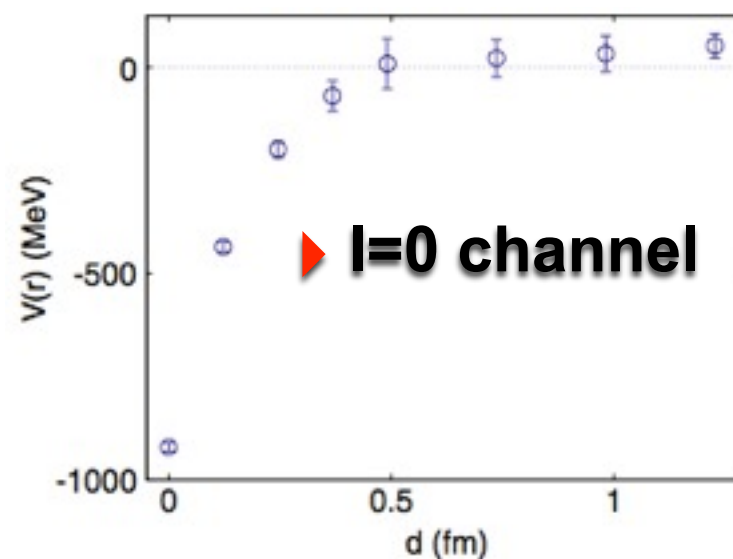
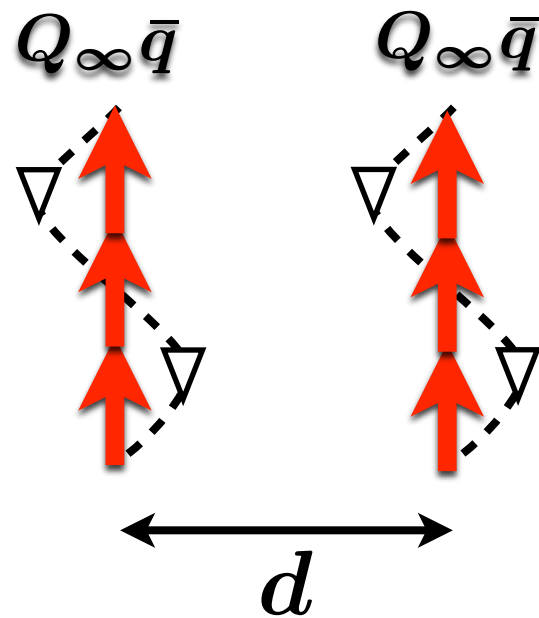
格子上の場の理論(青木慎也 著)

格子QCDを用いた T_{QQ} 束縛状態の計算

• 相互作用エネルギーの測定

[Z. Brown, K Orginos, PRD86, 114506 \(2012\).](#)

--> 無限に重たいクォークを含む $(Qq^{\text{bar}}) \rightarrow (Qq^{\text{bar}})$ のポテンシャル

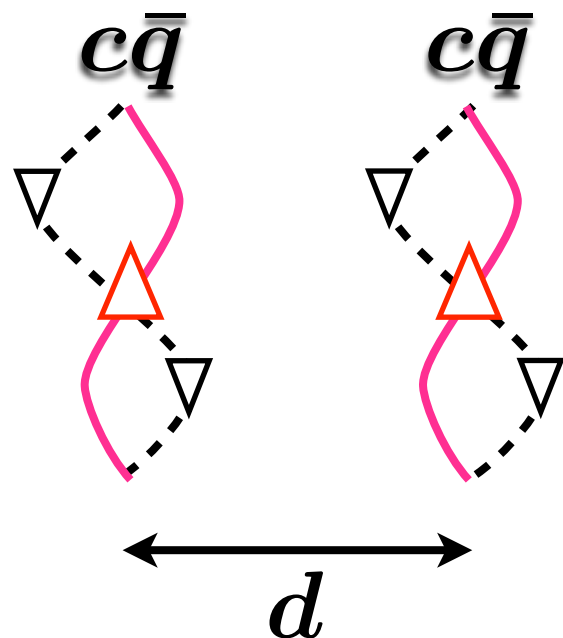


⇒ T_{bb} の束縛状態を探す

• 我々の研究: 格子上での散乱実験から T_{cc} , T_{cs} を探す

[Ishii, Aoki, Hatsuda, PRL99, 02201 \(2007\).](#)

[Aoki, Hatsuda, Ishii, PTP123, 89 \(2010\).](#)



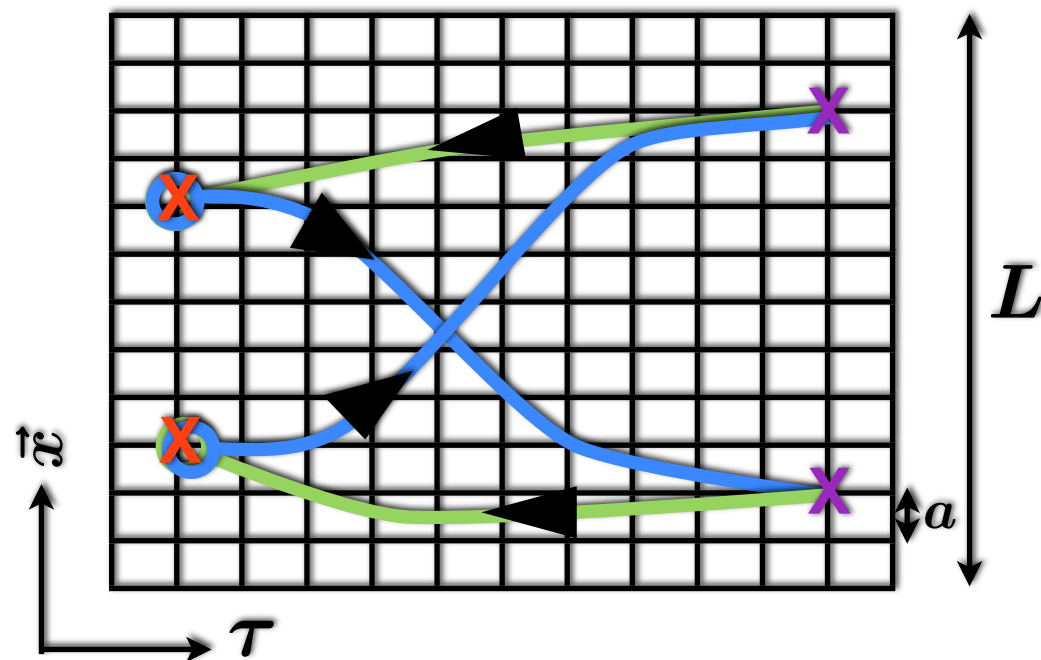
散乱実験を使う利点

⇒ チャームクォークの動力学を完全に含む

格子上での散乱問題

測定する量：同時刻のNambu-Bethe-Salpeter振幅

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r}, \tau) &= \sum_{\vec{x}, \vec{X}, \vec{Y}} \langle 0 | \phi_1(\vec{x} + \vec{r}, \tau) \phi_2(\vec{x}, \tau) \phi_1(\vec{X}, \tau = 0)^\dagger \phi_2(\vec{Y}, \tau = 0)^\dagger | 0 \rangle \\ &= \sum_{W(\vec{k})} A_{W(\vec{k})} \exp[-W(\vec{k})\tau] \psi_{W(\vec{k})}(\vec{r})\end{aligned}$$
$$\psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}) \equiv \sum_{\vec{x}} \langle 0 | \phi_1(\vec{x} + \vec{r}) \phi_2(\vec{x}) | W(\vec{k}) \rangle$$



- NBS波動関数は遠方でHelmholtz方程式を満たす:

$$(\nabla^2 + \vec{k}^2) \psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}) = 0 \quad (|\vec{r}| > R)$$

- NBS波動関数(場の理論) ~ 量子力学の波動関数
散乱位相差の情報を含む

$$\psi_{W(\vec{k})}^{(l)}(r) \sim \frac{e^{i\delta_l(k)}}{kr} \sin(kr + \delta_l(k) - l\pi/2)$$

- 時間相関, $W(\mathbf{k})$: 位相差 (Lüscherの公式)

[M. Lüscher, NPB354, 531 \(1991\).](#)

- 空間相関, $\psi(\mathbf{r})$: ポテンシャル --> 位相差

[CP-PACS Coll., PRD71, 094504\(2005\).](#)
[Ishii, Aoki, Hatsuda, PRL99, 02201 \(2007\).](#)

格子QCD “ポテンシャル” -- HAL QCD法 --

Full details, see, [Aoki, Hatsuda, Ishii, PTP123, 89 \(2010\).](#)

NBS波動関数は遠方でHelmholtz方程式を満たす:

$$(\nabla^2 + \vec{k}^2)\psi_W(\vec{r}) = 0 \quad (r > R)$$

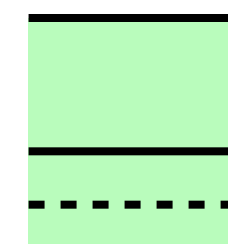
$$W(\vec{k}) = \sqrt{m_1^2 + \vec{k}^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{k}^2}$$

相互作用する領域で, Half off-shell T-行列を定義:

$$(\nabla^2 + \vec{k}^2)\psi_W(\vec{r}) = 2\mu\mathcal{K}_W(\vec{r}) \quad (r < R)$$

位相差を再現するエネルギー非依存のポテンシャルが求まる:

$$U(\vec{r}, \vec{r}') = \int^{W_{\text{th}}} \frac{dW}{2\pi} \mathcal{K}_W(\vec{r}) \psi_W^*(\vec{r}')$$



inelastic: W_{th}

elastic: m_1+m_2

$W > W_{\text{th}}$: チャンネル結合の定式化

ポテンシャルの定義から, NBS波動関数はSchrödinger方程式を満たす

$$(\nabla^2 + \vec{k}^2)\psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}) = 2\mu \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') \psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}')$$

ハドロン多体系におけるシミュレーションでの困難な点:

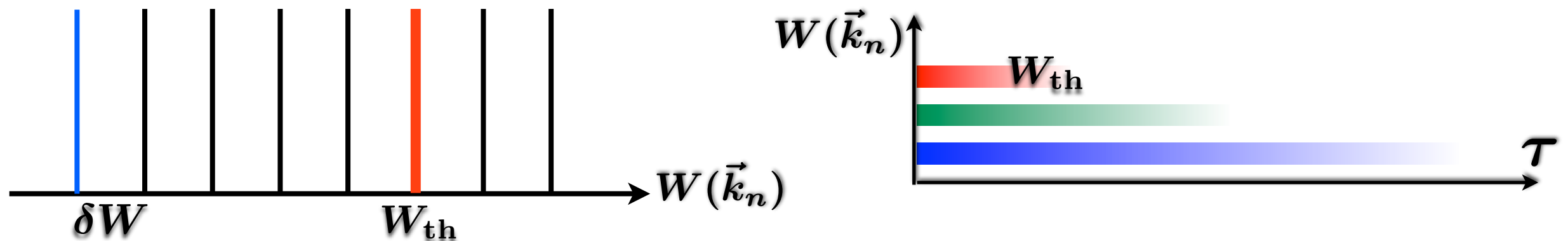
“特定の”エネルギー $W(k)$ の散乱状態のシグナルを取り出すのは大変

ハドロン多体系での格子QCDの挑戦

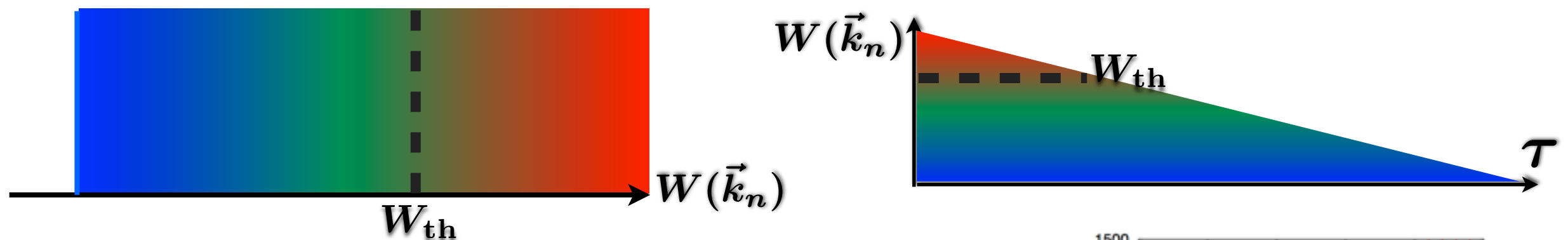
なぜ**特定**のエネルギー $W(k)$ の状態を取り出すのは大変か？

$$\vec{k}_n = \frac{2\pi\vec{n}}{L} \quad \delta W = \frac{4\pi^2}{2\mu L^2} + \dots$$

$$\sum_{\vec{r}} \langle \psi(\vec{r}, \tau) \rangle = \sum_n A_n \exp(-W(\vec{k}_n)\tau)$$



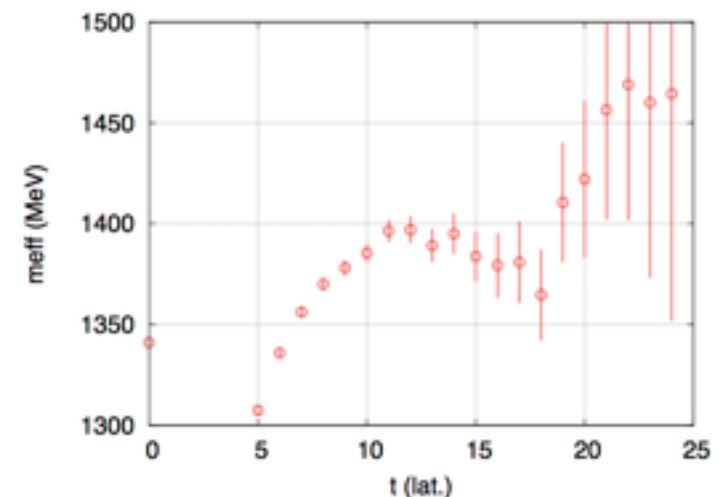
- 体積が大きくなる (Lが大きくなる) : 非常に大きな τ におけるデータが必要となる



- シグナル/ノイズの比

✓ **pion** : $S/N \sim \text{const.}$

✓ **nucleon** : $S/N \sim \exp[-A(m_N - 3/2m_\pi)\tau]$



克服の方法 = エネルギー非依存のポテンシャル

✓ エネルギー非依存のポテンシャルの定義 ($W < W_{\text{th}}$) :

$$\psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}) = \langle 0 | \phi_1(\vec{r} + \vec{x}) \phi_2(\vec{x}) | W(\vec{k}) \rangle$$

$$(\vec{k}^2 + \nabla^2) \psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}) = 2\mu \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') \psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}')$$

[Aoki, Hatsuda, Ishii, PTP123, 89 \(2010\).](#)

$$W(\vec{k}) = \sqrt{m_1^2 + \vec{k}^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{k}^2}$$

✓ 時間依存のSchrodinger-type方程式からポテンシャルを計算 ($W < W_{\text{th}} \leftrightarrow T > T_{\text{th}}$) :

[Ishii et al.\(HAL QCD Coll.\), PLB712,437\(2012\).](#)

$$R(\vec{r}, \tau) \equiv \sum_{W(\vec{k}) \leq W_{\text{th}}} \psi_{W(\vec{k})}(\vec{r}) e^{-(W(\vec{k}) - m_1 - m_2)\tau} \quad (\tau > \tau_{\text{th}})$$

$$\left[-\partial_\tau + \nabla^2 / 2\mu + \partial_\tau^2 / 8\mu + \mathcal{O}(\delta^2) \right] R(\vec{r}, \tau) = \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') R(\vec{r}', \tau)$$

$$\delta = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

✓ non-local potential: 微分展開でlocal potentialをorder-by-orderで決定

$$U(\vec{r}, \vec{r}') = V(\vec{r}, \nabla) \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

(LO)

(NLO)

$$\rightarrow V(\vec{r}, \nabla) = V_C(\vec{r}) + \sigma_1 \cdot \sigma_2 V_\sigma(\vec{r}) + S_{12} V_T(\vec{r}) + \vec{L} \cdot \vec{S} V_{LS}(\vec{r}) + \mathcal{O}(\nabla^2)$$

利点: 特定のエネルギー $W(k)$ の状態を求めなくても, 正しく位相差を求められる

シミュレーションのセットアップ

アップ, ダウン, ストレンジクォーク : $N_f=2+1$ full QCDのゲージ配位

[PACS-CS Coll., S. Aoki et al., PRD79, 034503, \(2009\).](#)

- Iwasaki gauge & $O(a)$ -improved Wilson quark actions
- $a=0.0907(13)$ fm $\rightarrow L \sim 2.9$ fm ($32^3 \times 64$)

Light meson mass [conf.1, conf.2, conf.3] (MeV)

$M_\pi = 699(1), 572(2), 411(2)$ [PDG:135 (π^0)]

$M_K = 787(1), 714(1), 635(2)$ [PDG:498 (K^0)]

チャームクォーク : Tsukuba-type Relativistic Heavy Quark (RHQ) 作用

[S. Aoki et al., PTP109, 383 \(2003\)](#)

⇒ 格子間隔 a の導入によるエラーの主要部分を取り除く $O((m_c a)^n)$, $O(\Lambda_{\text{QCD}} a)$

- 残されたエラー $O((a\Lambda_{\text{QCD}})^2) \rightarrow (2-3 \%)$

- Namekawa et al.のパラメータを利用する [Y. Namekawa et al., PRD84, 074505 \(2011\)](#)

Charmed meson mass [conf.1, conf.2, conf.3] (MeV)

$M_{\eta_c} = 3024(1), 3005(1), 2988(2)$ [PDG:2981]

$M_{J/\psi} = 3142(1), 3118(1), 3097(2)$ [PDG:3097]

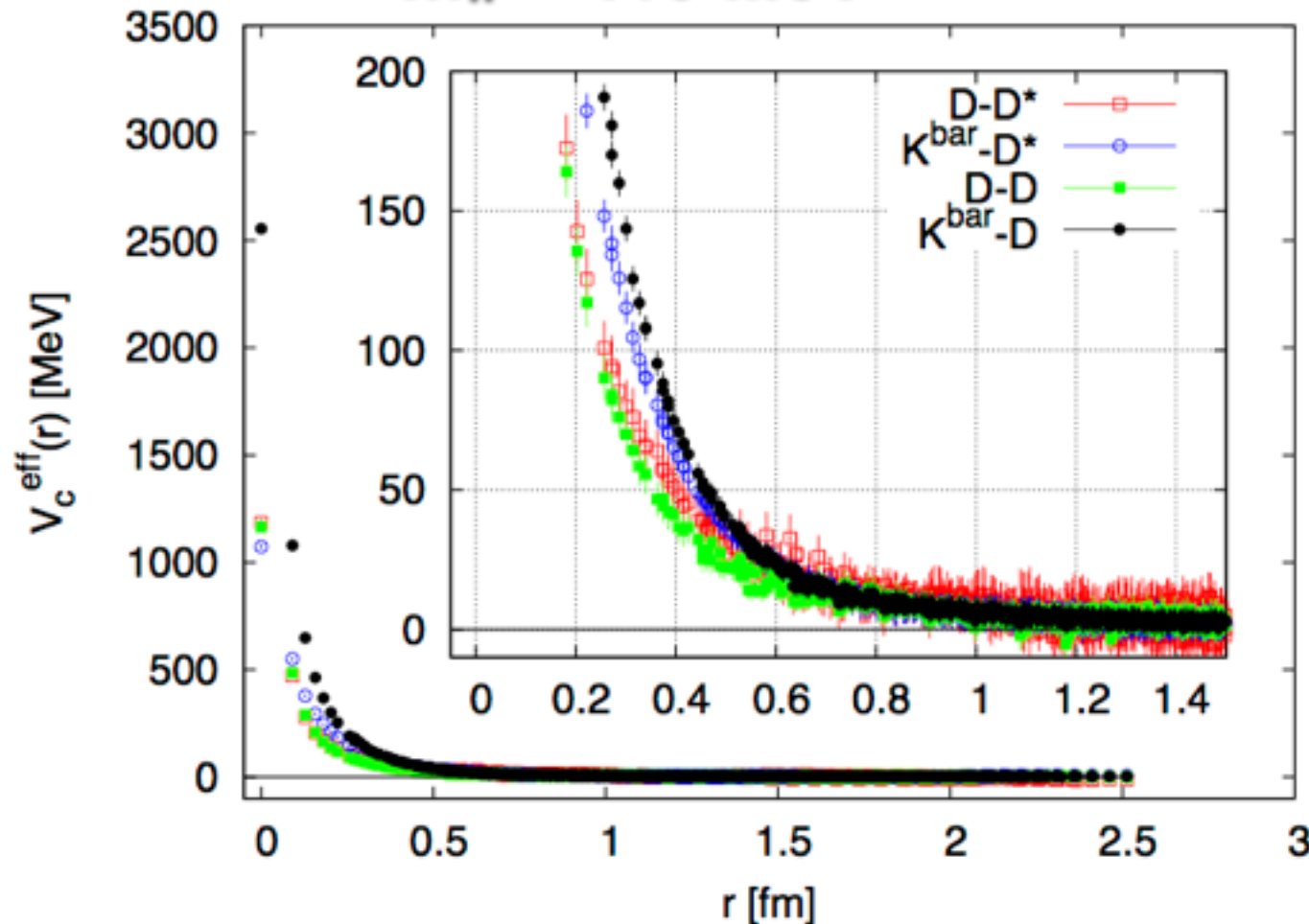
$M_D = 1999(1), 1946(1), 1912(1)$ [PDG:1865 (D^0)]

$M_{D^*} = 2159(4), 2099(6), 2059(8)$ [PDG:2007 (D^{*0})]

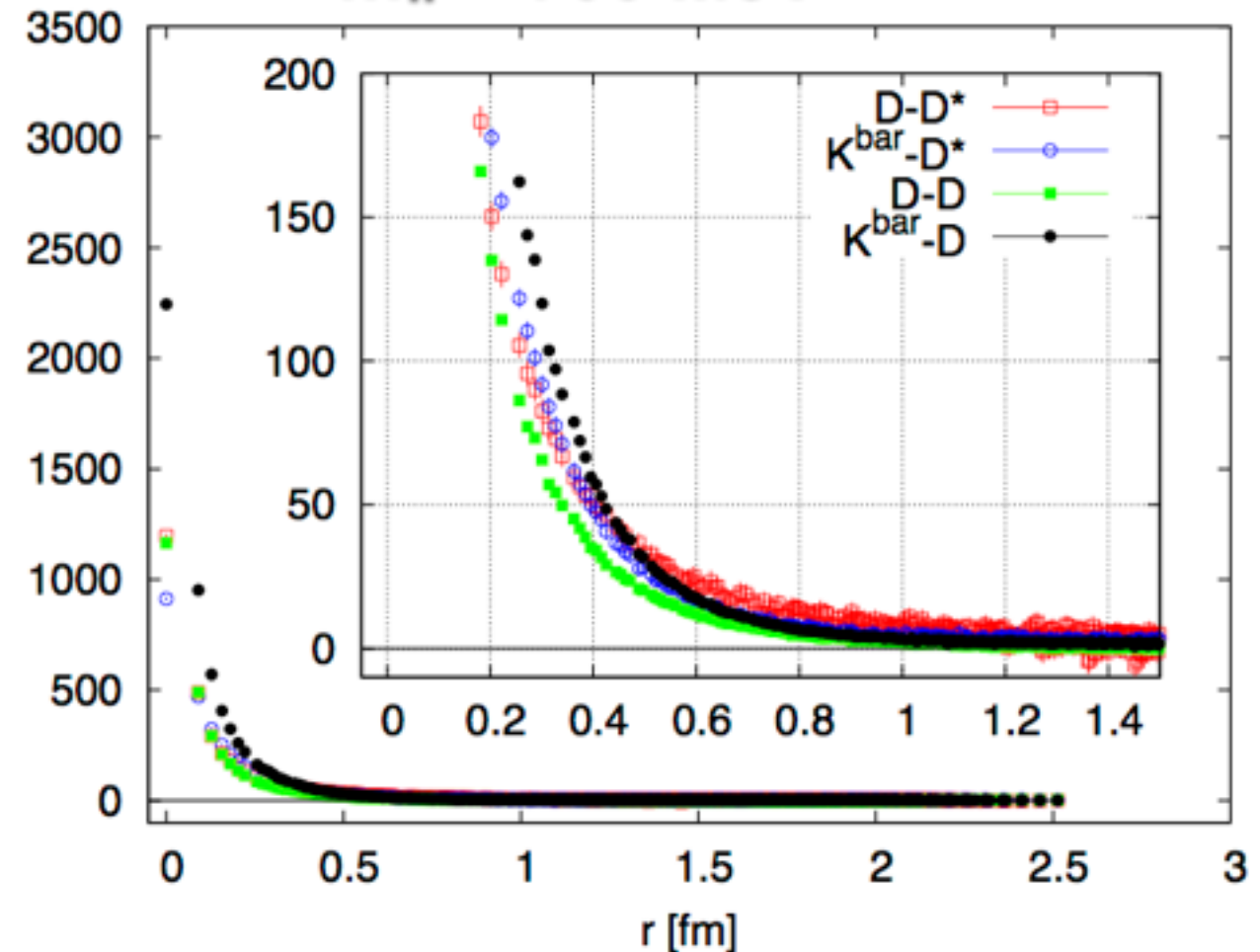
S波のポテンシャル： $l=1$ チャンネル

Y. Ikeda (HAL QCD), Phys. Lett. B 729 (2014) 85.

● $m_\pi = 410$ MeV



● $m_\pi = 700$ MeV

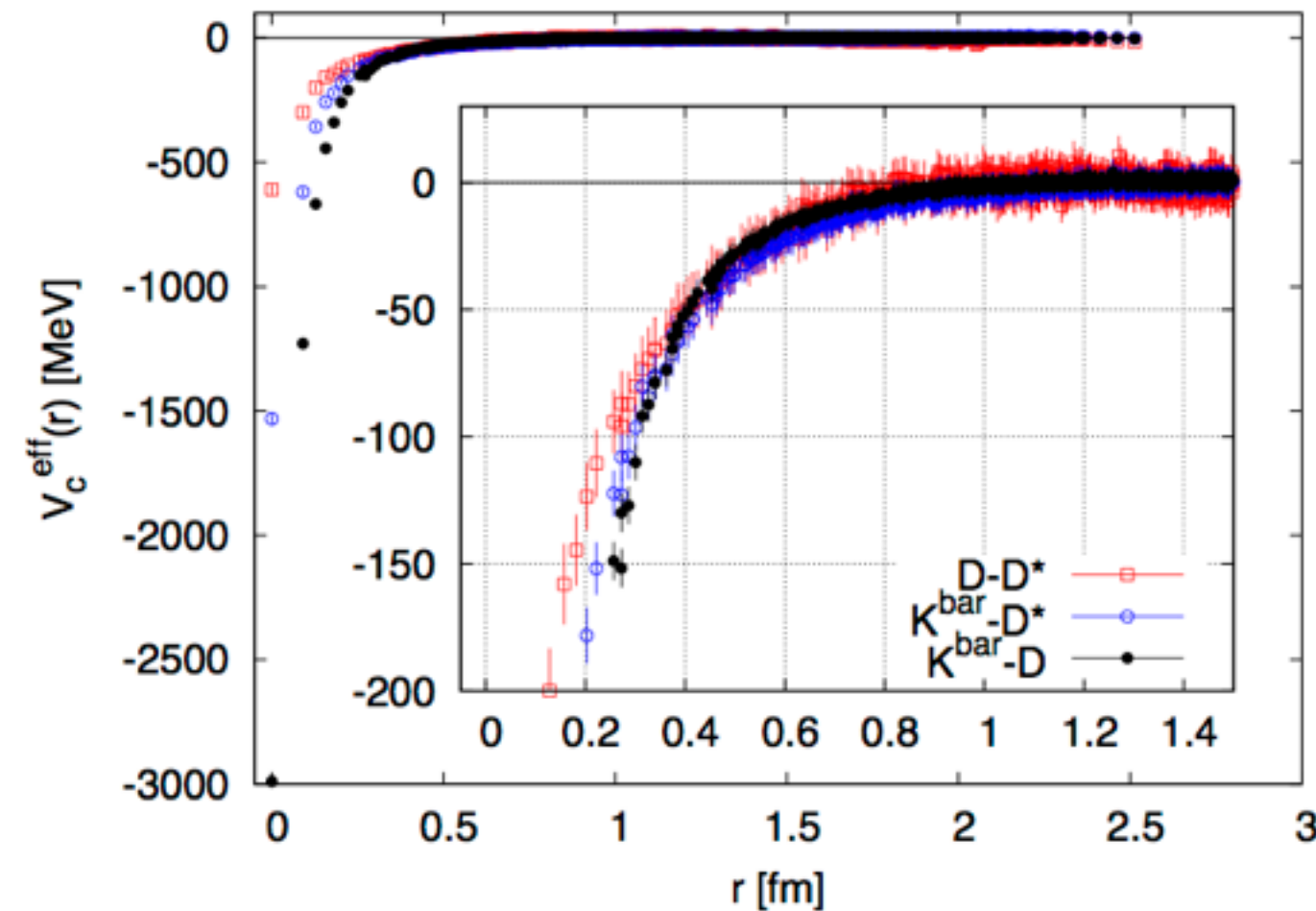


- 斥力ポテンシャル
- クォーク質量依存性は大きい
- $m_\pi=135$ MeVの現実クォーク質量でも束縛状態は存在しないと考えられる

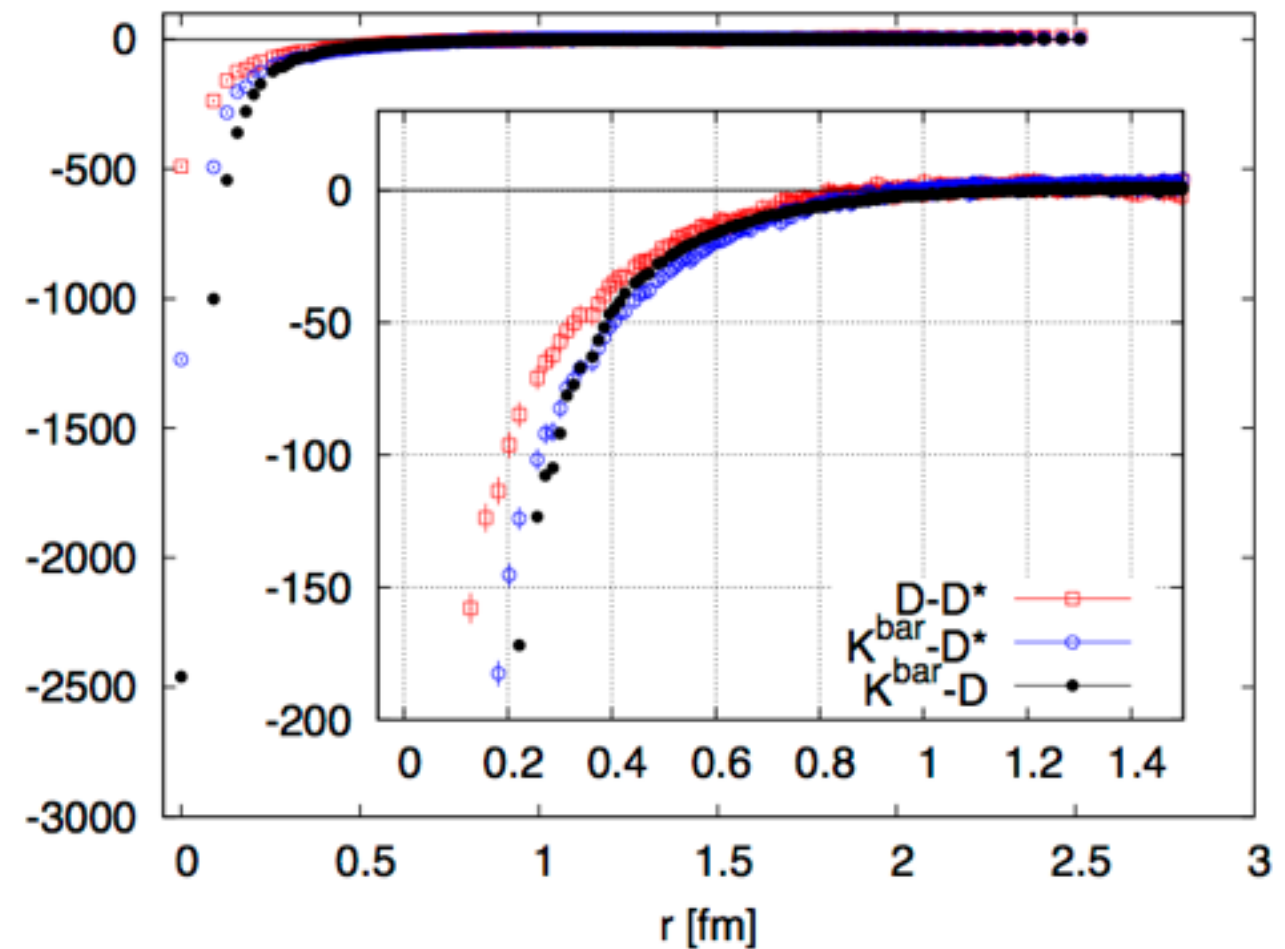
S波のポテンシャル： $l=0$ チャンネル

Y. Ikeda (HAL QCD), Phys. Lett. B 729 (2014) 85.

● $m_\pi = 410$ MeV



● $m_\pi = 700$ MeV

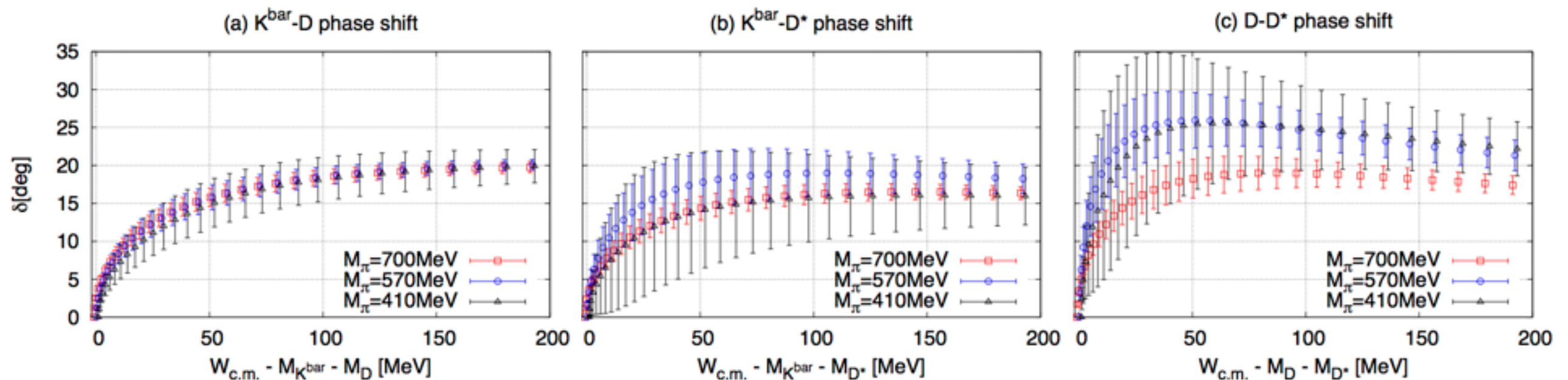


● **引力**ポテンシャル

● テトラクォークの束縛状態があるかどうかを調べる --> 位相差

S波の位相差：I=0チャンネル

- ポテンシャルをフィット：
$$f(r) = \sum_i a_i e^{-\nu_i r^2}$$
- Schrodinger方程式を解き，位相差を求める



- 統計誤差と系統誤差の両方を含む
- 位相差は引力的である --> 束縛状態は存在しない
- DD*チャンネルが最も引力的であり，クォーク質量依存性が確認された
- 現実クォーク質量での計算による結論が必要

まとめ : Tcc & Tcs

- Tcc, Tcsを格子QCDの散乱実験から調べた ($m_\pi=410, 570, 700\text{MeV}$)

- ⇒ $N_f=2+1$ full QCDシミュレーション (PACS-CSゲージ配位)

- ⇒ チャームクォーク: Relativistic Heavy Quark作用

- ⇒ **Tcc, Tcs($J^P=0^+, 1^+, I=1$)** : 斥力の中間子間ポテンシャル
束縛状態は存在しないと思われる

- ⇒ **Tcc, Tcs($J^P=0^+, 1^+, I=0$)** : 引力の中間子間ポテンシャル
 $m_\pi=410\text{--}700\text{MeV}$ で束縛状態は確認できない

◆ ダイクォーク相関を強く示唆する結果

- 現在行っている研究:

- ⇒ Pauli原理 v.s. カラー・スピンの力 : SU(2)_cゲージ理論

- ⇒ 長距離でのpion交換力 : $D^{\text{bar}}N$ v.s. KN

- ⇒ バリオン中でのクォーク間力

- ⇒ 他のエキゾチックハドロンの候補 $Z_c(3900)$: $\pi J/\psi$ - DD^* - D^*D^*